

MATEMÁTICAS

Itxaso ANTOÑANA AZCÁRATE

COMPARACIÓN DE LOS
RESULTADOS ACADÉMICOS DEL
ALUMNADO TRAS UN CAMBIO
METODOLÓGICO

TFG/*GBL* 2013



Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

Grado en Maestro de Educación Primaria
/
Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Grado en Maestro en Educación Primaria
Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Trabajo Fin de Grado
Gradu Bukaerako Lana

***COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS
ACADÉMICOS DEL ALUMNADO TRAS UN
CAMBIO METODOLÓGICO***

Itxaso ANTOÑANA AZCÁRATE

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES
GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEN FAKULTATEA

UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA
NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA

Estudiante / Ikaslea

Itxaso ANTOÑANA AZCÁRATE

Título / Izenburua

Comparación de los resultados académicos del alumnado tras un cambio metodológico

Grado / Gradu

Grado en Maestro en Educación Primaria / Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Centro / Ikastegia

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales / Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea
Universidad Pública de Navarra / Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Director-a / Zuzendaria

Álvaro SAENZ DE CABEZÓN IRIGARAY

Departamento / Saila

Departamento de matemáticas/ Matematika saila

Curso académico / Ikasturte akademikoa

2012/2013

Semestre / Seihilekoa

Primavera / Udaberrik

Preámbulo

El Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, modificado por el Real Decreto 861/2010, establece en el Capítulo III, dedicado a las enseñanzas oficiales de Grado, que “estas enseñanzas concluirán con la elaboración y defensa de un Trabajo Fin de Grado [...] El Trabajo Fin de Grado tendrá entre 6 y 30 créditos, deberá realizarse en la fase final del plan de estudios y estar orientado a la evaluación de competencias asociadas al título”.

El Grado en Maestro en Educación Primaria por la Universidad Pública de Navarra tiene una extensión de 12 ECTS, según la memoria del título verificada por la ANECA. El título está regido por la *Orden ECI/3857/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria*; con la aplicación, con carácter subsidiario, del reglamento de Trabajos Fin de Grado, aprobado por el Consejo de Gobierno de la Universidad el 12 de marzo de 2013.

Todos los planes de estudios de Maestro en Educación Primaria se estructuran, según la Orden ECI/3857/2007, en tres grandes módulos: uno, *de formación básica*, donde se desarrollan los contenidos socio-psico-pedagógicos; otro, *didáctico y disciplinar*, que recoge los contenidos de las disciplinas y su didáctica; y, por último, *Practicum*, donde se describen las competencias que tendrán que adquirir los estudiantes del Grado en las prácticas escolares. En este último módulo, se enmarca el Trabajo Fin de Grado, que debe reflejar la formación adquirida a lo largo de todas las enseñanzas. Finalmente, dado que la Orden ECI/3857/2007 no concreta la distribución de los 240 ECTS necesarios para la obtención del Grado, las universidades tienen la facultad de determinar un número de créditos, estableciendo, en general, asignaturas de carácter optativo.

Así, en cumplimiento de la Orden ECI/3857/2007, es requisito necesario que en el Trabajo Fin de Grado el estudiante demuestre competencias relativas a los módulos de formación básica, didáctico-disciplinar y practicum, exigidas para todos los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria.

En este trabajo, el módulo *de formación básica* nos ha permitido enmarcar el momento de desarrollo evolutivo en el que se encuentra el alumnado con el que trabajamos, conocer las características de los mismos y en consecuencia, adaptar las materiales creados al alumnado y a sus diferencias individuales.

El módulo *didáctico y disciplinar* se desarrolla a lo largo de todo el trabajo, desde los antecedentes que me llevan a elegir este tema como trabajo final de grado, hasta las conclusiones con las que cierro el documento. La didáctica y pedagogía es la base sobre la que se construye toda formación del docente y en consecuencia la base del presente trabajo.

Asimismo, el módulo *practicum* nos ha permitido no solo ayudar a la elección del tema, sino a realizar una puesta en práctica del trabajo final de grado y de los materiales creados. Se concentra en los antecedentes, materiales y conclusiones.

Por último, el módulo *optativo* nos ha permitido ser más conscientes de la realidad del aula, las diferencias individuales y de la adaptación de los materiales, lo cual se muestra a lo largo de presente trabajo permitiendo al alumnado que trabaje adaptándose al nivel de abstracción en el que se encuentra.

Resumen

Durante las primeras semanas del practicum VI, observo la metodología empleada en un aula de quinto curso de educación primaria por parte de la docente, especialmente en el área de matemáticas. Tras examinarla, propongo una serie de cambios metodológicos con la intención de estudiar las diferencias que se producen en la adquisición de conceptos por parte del alumnado. Para poder realizar una pequeña comparativa tomamos los resultados que este grupo de estudiantes obtienen en la realización de una prueba escrita tras los cambios metodológicos, con los obtenidos en el curso anterior por los compañeros. Los resultados, aunque no son significativos, muestran una mejora en la adquisición de conceptos que incita a la ampliación de este pequeño trabajo a una muestra mayor, un empleo de materiales manipulativos y una libre puesta en práctica de una metodología basada en el modelo sistémico, el cual requiere un amplio estudio y análisis previo para la creación de materiales que permitan un aprendizaje autónomo.

Palabras clave: triángulo didáctico; aprendizaje significativo; aprendizaje receptivo; aprendizaje por descubrimiento; modelo cognitivo.

Abstract

During the first weeks of practicum IV, I observed the methodology used by the teacher in her 5th year class, focusing on mathematics. After examining it, I proposed some methodological changes with the goal of studying the differences regarding the acquisition of concepts by the students. In order to be able to make a small comparative we decided to take the results of the written task by the current group of students after the methodological changes, and compare them to those of the students from the previous year. The results, even if they were not significant, showed an improvement on the acquisition of concepts that encourages the extension of this work with a wider sample, to use manipulative materials and to put into practice a methodology based in the systemic model, which requires a wide study and a previous analysis in order to create materials allowing an autonomous learning.

Keywords: didactic triangle; significant learning; receptive learning; learning by discovery; cognitive model

Laburpena

Practicum VI ko lehenengo astetan, irakasleak lehen hezkuntzako bostgarren mailako klase batean erabilitako metodologia behatzen aritu naiz, gehienbat matematika arloan. Aztertu eta gero, aldaketa metodologiko batzuk proposatzen ditut, aldaketarekin ikasleek kontzeptuak barneratzeko moduan sortzen diren desberdintasunak aztertzeko asmoz. Konparazio txiki bat egin ahal izateko lehenik eta behin ikasle talde honek metodologia aldatu ondoren egindako froga idatzi batean lortu dituen emaitzak hartu behar ditugu. Jarraian aurreko kurtsotan lortutako emaitzekin alderatu behar ditugu. Nahiz eta emaitzak esanguratsuak ez izan, kontzeptuen lorpenean hobekuntza bat erakusten dute, eta lan hau lagin handiago batean egitera eta material manipulatzailerak erabiltzera sustatzen du. Gainera, eredu sistemikoan oinarritutako metodologia baten martxan jartze libre batera ere bultzatzen du, zeinak ikasketa zabal bat eta aurretiko analisi bat behar ditu, ikasketa autonomo bat garatzeko aukera ematen duten materialak sortzeko.

Hitz gakoak: triangelu didaktikoak; ikaskuntza esanguratsua; ikaskuntza harkorra; aurkikuntzan oinarrituriko ikaskuntza; eredu kognitiboa.

Índice

Introducción y justificación	1
1. Antecedentes, objetivos y cuestiones	2
1.1. Antecedentes	2
1.1.1 Metodología del centro	3
1.1.2 Método y herramientas de evaluación que utiliza el centro	9
1.1.3 Errores más frecuentes	11
1.2 Objetivo del trabajo final de grado	11
1.3 Hipótesis	12
2. Marco teórico	13
2.1 Psicología : teorías constructivistas	13
2.1.1 Piaget	13
2.1.2 Ausubel	15
2.2 Modelos pedagógicos	17
2.2.1 Modelo transmisivo	17
2.2.2 Modelo cognitivo	17
2.2.3 Modelo sistémico	18
2.2.4 Triángulo didáctico	19
2.3 Didáctica de las matemáticas	20
2.3.1 Ejemplos y contraejemplos	22
2.3.2 Modelo de Van Hiele	22
2.4 Materiales	23
3. Materiales y métodos	24
3.1 Metodología	24
3.1.1 Metodología utilizada en el centro	24
3.1.2 Metodología utilizada en la unidad didáctica propuesta	26
3.2 Materiales creados	28
4. Resultados y discusión	39
4.1 Comparativa	39
4.1.1 Resultados de la pregunta sobre la clasificación de ángulos en consecutivos, adyacentes y opuestos por el vértice.	41
4.1.2 Resultados de la pregunta sobre la asociación del concepto de ángulos con giros e identificación de giros.	42
4.1.3 Resultados de la pregunta sobre la suma y resta en grados, minutos y segundos.	43
4.1.4 Resultados de la pregunta sobre la aplicación de ángulos complementarios y suplementarios.	44
4.1.5 Resultados de la pregunta sobre medir con el transportador.	44
4.1.6 Resultados de la pregunta sobre el trazo de ángulos con transportador de ángulos y regla	45
4.1.7 Resultados de la pregunta sobre el trazo de la bisectriz de un ángulo	46
Conclusiones y cuestiones abiertas	
Referencias	
Anexos	

Anexo a : tabla de conocimientos previos

Anexo b: clasificación de triángulos según la longitud de sus lados

Anexo c: Clasificación de triángulos según la amplitud de sus ángulos.

Anexo d: clasificación de triángulos según la longitud de sus lados y la amplitud de sus ángulos.

Anexo e : ángulos interiores del triángulo y cuadrilátero

Anexo f: bisectriz de un ángulo

Anexo g: ángulos consecutivos, adyacentes y opuestos por el vértice

Anexo h: ángulos complementarios y suplementarios

1. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN

La Matemática es una ciencia universal sobre la que nos apoyamos, muchas veces de manera inconsciente, para vivir en el mundo actual. Por una parte, nos ayudan a resolver problemas a los que nos enfrentamos diariamente; desde el número de platos que necesitamos para comer, la altura o la edad, hasta subir o bajar en ascensor y seguir una receta de cocina. Pero además, las matemáticas las podemos encontrar en todas las sociedades, pues son un paso necesario para su formación. Son necesarias para la creación de mercados, el trabajo con la agricultura y ganadería, la construcción o la política. Es por ello, que creo en la importancia de la misma para poder desarrollarnos como personas y creo también en la necesidad de transmitir esta universalidad a los niños y niñas. Siguiendo en esta misma línea y en lo que se refiere al razonamiento matemático, decir que este sigue y trabaja una serie de reglas lógicas que requieren razonamiento inductivo y deductivo, necesario para crecer como personas.

Por todo ello, al poder impartir clases durante el Practicum VI elijo hacerlo en esta asignatura y son todas estas razones las que me han llevado a la elección de este proyecto final de grado.

Tras mi incorporación al centro y una vez elegida el área que me gustaría trabajar durante este periodo de prácticas, la docente me oferta impartir las clases de Geometría, pues es el tema que por razones de programación puedo trabajar en el aula en forma de unidad didáctica. Ésta es otra de las razones por las que me decanto por la elección de esta materia, pues la Geometría es realmente importante para comprender la realidad en la que vivimos. Por una parte, está presente en la naturaleza, dentro del sistema productivo de nuestra sociedad, en el arte... y requerimos de la misma para por ejemplo, colocar un tornillo. Del mismo modo, la Geometría nos ayuda a desenvolvernos en la vida cotidiana, trabajando estimaciones sobre formas y distancias u orientación.

1. ANTECEDENTES, OBJETIVOS Y CUESTIONES

A lo largo de este apartado, recojo en primer lugar y en forma de antecedentes, la realidad de la escuela en la que he realizado las prácticas escolares VI. Posteriormente, contextualizo el aula en la que he trabajado a lo largo de este periodo y las características metodológicas que las semanas de observación nos han permitido recoger. Para concluir, redacto la definición del objetivo del trabajo y las hipótesis que me planteo y espero dar respuesta durante el presente trabajo final de grado.

1.1. Antecedentes

Durante estas nueve semanas, he tenido la oportunidad de trabajar un tema de matemáticas en quinto curso de educación primaria, titulado *Los ángulos*.

Por una parte, en lo referente a las características del aula, se trata de una clase compuesta por 28 niños y niñas de entre 10 y 11 años, a excepción de una persona repetidora. En cuanto al número de niños y niñas, no merece especial atención ya que se encuentra bastante equilibrado: 15 niños y 13 niñas. El aula es bastante homogénea, al igual que el centro, ya que se trata de un colegio de carácter privado-concertado al que es muy difícil acceder sin ser hermanos o hermana o hijo o hija de antiguos alumnos y alumnas. Del mismo modo el nivel socio-económico familiar es de clase media-alta, lo que de nuevo homogeniza mucho el tipo de alumnado y familias que acuden al centro. En lo referente al aula, solo mencionar que cinco niños y niñas reciben refuerzo educativo¹ en el área de matemáticas y otras cinco personas en lengua castellana. Solo dos alumnos presentan una adaptación curricular individualizada no significativa en el área de lengua castellana y literatura, debido a su reciente incorporación al centro y desconocimiento del idioma. Sin embargo, ningún niño ni niña recibe apoyo específico ni otro tipo de medidas ordinarias ni extraordinarias de atención a la diversidad recogidas en el centro.

¹ Refuerzo educativo: "debe entenderse como una medida educativa diseñada por el profesor y dirigida a ayudar al alumno en las dificultades escolares ordinarias que pueden surgir a lo largo del proceso de enseñanza-aprendizaje" (Silva, 2007, p.96)

Por otra parte, en lo que a la contextualización se refiere, decir que en mi llegada al colegio, el alumnado de quinto curso está finalizando el tema de unidades y medidas de longitud, masa y capacidad. Posteriormente, comienzan la unidad didáctica de medidas de tiempo y monedas, la cual puedo observar y ver como se trabaja desde el inicio hasta el final de la misma, teniendo así la oportunidad de examinar también los tres exámenes que realizan al concluir cada tema. Observar cómo se trabaja esta unidad didáctica entera, desde la primera clase de motivación y conocimientos previos hasta los exámenes me permite conocer cómo es una clase, cuáles son los materiales que se utilizan, la metodología que la tutora emplea, cómo llama y mantiene la atención del alumnado y conocer algo más las características individuales.

A continuación, presentaremos bajo que metodología se trabaja en el aula y cuáles son los métodos de evaluación que se emplean.

1.1.1. Metodología del centro

En lo que se refiere a la metodología y la organización de las unidades didácticas, en el centro sigue las siguientes pautas metodológicas presentadas en la unidad didáctica:

1. Presentación de los contenidos

- a. Lectura y comentario en voz alta de la “lámina motivadora”. Realización oral de los ejercicios.
- b. Lectura (prelectura) individual del tema. Se pretende que vean de manera rápida de qué trata la unidad. Es un primer contacto con los contenidos.
- c. Reparto de la hoja de autorregulación y lectura y comentario en voz alta.

2. Desarrollo de los contenidos (figura 1)

- Lectura comprensiva de las “páginas de desarrollo” de forma colectiva. Memorización de los conceptos importantes. Realización-explicación de actividades clave por parte del profesor/a.
- Realización de las actividades por parejas o individual.
- Comprobación de que han realizado las actividades y corrección

Ángulos consecutivos, adyacentes y opuestos

Teresa, Laura y Luciana han expuesto un trabajo en clase.

Han dibujado dos ángulos que comparten el mismo vértice en distintas posiciones sobre cartulina y han explicado a sus compañeros la diferencia que hay entre cada pareja de ángulos.

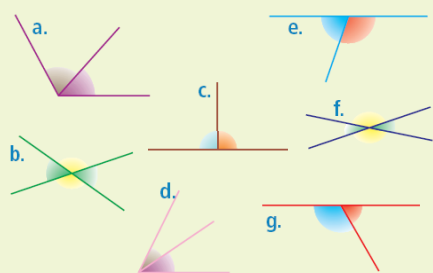


Ángulos consecutivos	Ángulos adyacentes	Ángulos opuestos por el vértice
Tienen el vértice y un lado comunes. Forman un ángulo cuya amplitud es la suma de los dos.	Tienen el vértice y un lado común y el otro lado está sobre la misma recta. Forman un ángulo de 180° .	Tienen el vértice común y los lados del uno son prolongación de los del otro. Sus amplitudes son iguales.

Dos ángulos que tienen el mismo vértice pueden ser consecutivos, adyacentes u opuestos por el vértice.

actividades

- 1 Escribe en tu cuaderno de qué tipo es cada pareja de ángulos.

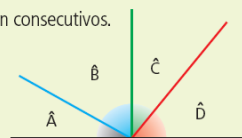


- 2 Dibuja en tu cuaderno:

- Dos ángulos consecutivos y señala el lado que tienen en común.
- Dos ángulos adyacentes y señala el lado que tienen en la misma recta.
- Dos ángulos opuestos por el vértice.

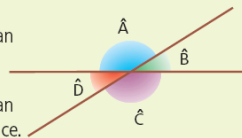
- 3 Explica si son verdaderas o falsas estas afirmaciones.

- Los ángulos \hat{C} y \hat{D} son consecutivos.
- Los ángulos \hat{A} y \hat{C} son consecutivos.
- Los ángulos \hat{A} y \hat{B} son adyacentes.



- 4 Copia y nombra en tu cuaderno los ángulos que se indican a continuación.

- Dos ángulos que sean adyacentes.
- Dos ángulos que sean opuestos por el vértice.
- Dos ángulos consecutivos.



- 5 Manuela ha dibujado dos ángulos adyacentes. Si uno mide $35^\circ 50'$, ¿cuántos grados y minutos mide el otro?

3. Resolución de problemas

- Lectura comprensiva de la página “Resuelvo problemas”
- Realización de los problemas en clase y casa.
- Comprobación de que se han realizado los problemas y posterior corrección.

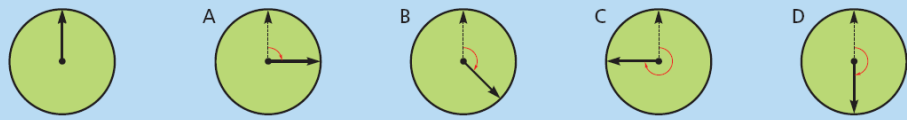
4. Lógica y cálculo mental (Figura 2)

En gran grupo y de forma oral se trabajan las actividades de lógica

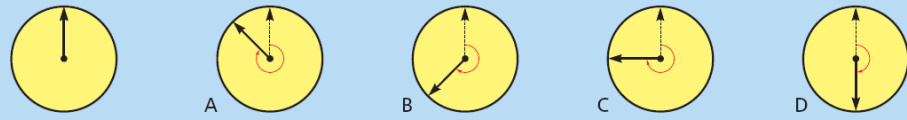
Lógica

Razonamientos con ángulos y figuras

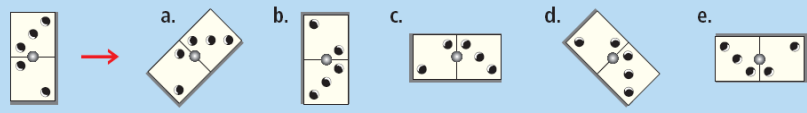
1 Observa la figura inicial. ¿Qué figura indica un giro suyo de 90° ? Razona la respuesta.



2 Con la figura inicial como referencia, calcula aproximadamente los grados que ha girado la aguja en sentido negativo.



3 ¿Cuántos grados ha girado la ficha aproximadamente en cada caso respecto al modelo?



175

Figura 2: ejemplo de ejercicios de lógica

Arribas Alonso, C. Román González, J.A. (2009) p.175

5. Decamat (Figura 3)

Realización por escrito y de forma individual de las actividades de Decamat.

Decamat

1. ¿Un ángulo es mayor cuanto más largos sean sus lados? ¿Por qué?
2. ¿La unidad de medida de los ángulos es el centímetro, el transportador o el grado?
3. Nombra el instrumento con el que medimos la amplitud de los ángulos.
4. Calcula los grados del ángulo suma de un ángulo de 30° con otro de amplitud doble.
5. ¿Cómo se llama la semirrecta que divide al ángulo en dos ángulos iguales?
6. Di el nombre que reciben dos ángulos que tienen un lado común.
7. Escribe la amplitud de tres ángulos que sean complementarios.
8. Indica la amplitud de dos ángulos que sean suplementarios.
9. Si el minutero de un reloj se ha desplazado de las 12:00 a las 16:00, ¿cuántos grados ha girado en sentido negativo?
10. Si dos ángulos opuestos por el vértice son rectos, ¿cómo son sus lados?

Figura 3: ejemplo de ejercicios de Decamat.

Arribas Alonso, C. Román González, J.A. (2009) p.175

6. Repaso

- a. Realización de las actividades de “Repaso” de manera individual.
- b. El profesor realizará alguna actividad con aquellos alumnos que lo demanden para mostrar cómo se resuelve aplicando los contenidos de la unidad, qué preguntas se hace, qué dudas surgen... Si fuera necesario también lo hará en la pizarra.
- c. Comprobación de que se han realizado las actividades y corrección individual y colectiva.

7. Aclaro mis ideas (Figura 4)

Lectura comprensiva y estudio de “Aclaro mis ideas”.

Aclaro mis ideas

El ángulo

Elementos

Unidades de medida

grado $1^\circ = 60'$
minuto $1' = 60''$
segundo $1^\circ = 3\,600''$

Transportador

Tipos de ángulos

Consecutivos

Adyacentes

$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$

Opuestos por el vértice

$\hat{A} = \hat{B}$ $\hat{C} = \hat{D}$

Medida de los ángulos en polígonos

Triángulo

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

Cuadrilátero

$\text{Total} = 2 \times 180^\circ = 360^\circ$

Pentágono

$\text{Total} = 3 \times 180^\circ = 540^\circ$

178

Figura 4: ejemplos de aclaro mis ideas

Arribas Alonso, C. Román González, J.A. (2009) p.178

8. Cuánto he aprendido

Realización de las actividades “Cuánto he aprendido” que pretende evaluar los conocimientos adquiridos. Se pretende también que sea capaz de reflexionar sobre lo aprendido y sobre la funcionalidad de lo que ya sabe hacer.

9. Estudio diario

El alumno dedicará al menos 10 minutos diarios al estudio de la unidad.

10. Evaluación

Realización del control de la unidad.

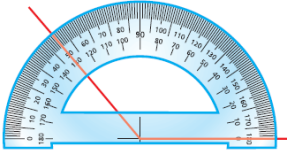
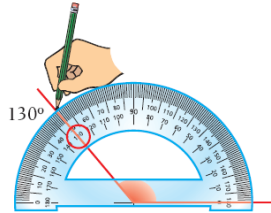
Centrándonos en la presentación de los contenidos y desarrollo de los mismos, presento la figura 5 a modo de ejemplo del libro de texto con el que se trabaja en el aula.

Los ángulos y el transportador



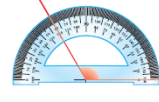
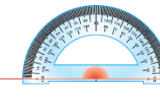
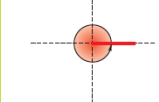
Para medir la amplitud de un ángulo utilizamos el transportador de ángulos.

El **transportador** es un semicírculo graduado con dos escalas, una en sentido contrario a las agujas del reloj de 0° a 180° y otra, de 180° a 0° .

- Para medir un ángulo colocamos el transportador haciendo coincidir el centro con el vértice del ángulo y el 0° con uno de sus lados.
- Después, nos fijamos en el número que indica el otro lado del ángulo sobre el transportador. Ese número es la medida de la amplitud del ángulo en grados.

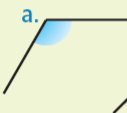
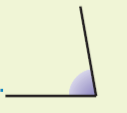
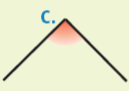




Los ángulos reciben nombres distintos según su amplitud.






Ángulo agudo	Ángulo recto	Ángulo obtuso	Ángulo llano	Ángulo completo
				
Mide menos de 90° .	Mide 90° .	Mide más de 90° .	Mide 180° .	Mide 360° .

actividades

1 Mide con el transportador la amplitud de estos ángulos.

2 Estima el valor de estos ángulos en grados. Después, cópialos en tu cuaderno y comprueba con el transportador tu estimación. ¿Cómo se llaman?

3 Dibuja un ángulo de 120° y otro de 80° siguiendo estos pasos.

- Traza con la regla una semirrecta. Llama 0 a su origen.
- Haz coincidir el centro del transportador con el punto 0 y el cero del transportador con la prolongación de la semirrecta.
- Haz una señal en el papel que coincida con los 120° y 80° del transportador.
- Traza otra semirrecta desde 0 hasta la señal trazada.

Figura 5: ejemplo de página de desarrollo del libro de texto

Arribas Alonso, C. Román González, J.A. (2009) p.167

Como se puede observar, se trata de conocimientos y materiales ya elaborados que el alumnado debe comprender para realizar los ejercicios que se plantean en esta misma página. En este caso, se muestra al alumno como se mide con la herramienta de medida denominada “transportador de ángulos” para que sean capaces de medir los ejemplos que se muestran en los siguientes ejercicios y se ofrece además una clasificación de cada tipo de ángulo en función de sus amplitudes.

1.1.2. Método de evaluación

En lo referente a los métodos de evaluación que utilizan, nombro a continuación los criterios que los docentes de quinto curso de primaria utilizan en el área de matemáticas.

Criterios de evaluación presentes en la unidad didáctica del centro:

1. Relacionar las unidades de medida de ángulos por el sistema sexagesimal.
2. Expresar medidas de ángulos en distintas unidades.
3. Medir o dibujar ángulos con el transportador.
4. Indicar si un ángulo dado es agudo, recto, obtuso, llano o completo.
5. Trazar con regla y compás la bisectriz de un ángulo dado.
6. Describir, identificar y representar ángulos consecutivos, adyacentes y opuestos por el vértice.
7. Hallar la amplitud de un ángulo complementario y del suplementario de otro.
8. Indicar en un giro el sentido, la amplitud y la posición final de la figura girada.
9. Averiguar la medida de los ángulos de un triángulo y de un cuadrilátero dado.
10. Formular distintas preguntas para el enunciado de un problema y resolverlas.
11. Calcular mentalmente el producto de un número por 5 y por 50.

En lo referente a los criterios de evaluación que tengo en cuenta durante las dos semanas que dura la unidad didáctica de Los ángulos, según los expuestos en el cuadro de criterios de evaluación que expone emplea el centro, empleo los relacionados con los nuevos contenidos que debe aprender el alumnado, es decir, los criterios del 1 al 9.

Con referencia a las herramientas utilizadas, nombro a continuación cuáles son y qué porcentaje de la nota final de la unidad ocupan:

1. Las actividades que se trabajan en clase y se mandan para casa. Son las actividades que plantea el libro de texto y ocupan un 5 % de la nota final de la unidad.
2. El cuaderno de actividades, en el que se valora si están todas hechas o no, si aquellas que están corregidas en clase también lo están en el cuaderno y la presentación del mismo. Este trabajo del alumno ocupa también un 5 % de la nota final.
3. La actitud que muestra el alumno o alumna, especialmente si respeta el turno de palabra y permanece atento a las explicaciones, si muestra actitudes de respeto hacia los compañeros o compañeras, bien durante la corrección de una actividad de en la pizarra o bien cuando se trabaja por parejas, especialmente en las clases de resolución de problemas. A estos aspectos actitudinales se les reserva un 10% de la nota.
4. El control de la unidad que se realiza al final de cada una y ocupa el mayor porcentaje de la nota final, pues se valora sobre un 40 %.
5. El control de cálculo, que también se realiza al final de cada unidad y ocupa la mitad que el anterior, un 20 %.
6. Por último, el control de problemas que aunque inicialmente se plantea también al final de cada unidad, este curso se encuentran retrasados con respecto a la unidad que finalizan y el control de problemas, que pertenece al tema anterior. A esta herramienta de evaluación se le reserva un 20 % de la nota final de la unidad didáctica.

Cabe hacer especial hincapié en los tres controles que el centro utiliza. Por una parte, el denominado control Unidad, es un control de conceptos en el que el alumnado debe emplear los conocimientos adquiridos para resolver las preguntas planteadas, demostrando control sobre los mismos. Por otra parte, en el control de cálculo el alumnado solo debe mostrar dominio sobre las cuatro operaciones matemáticas

básicas, pues el examen consiste en la realización de una suma, una resta, una multiplicación, una división y diferentes operaciones de cálculo mental; en este examen solo se corrigen los resultados. Por último, el control de problemas está planteado con la intención de que el alumnado aplique los conocimientos que va adquiriendo en cada lección. Sin embargo, la realidad es que la clase se encuentra retrasada en relación a la unidad didáctica que finalizan y el examen de problemas al que hacen frente, por lo que la aplicación de los conocimientos no es real, ya que por ejemplo, al terminar el tema 8, realizan el control de problemas del tema 7.

1.1.3 Errores más frecuentes

Una vez que elijo impartir las doce sesiones otorgadas a esta unidad de ángulos, me entrevisto con las dos docentes encargadas de impartir la materia de matemáticas en quinto curso de educación primaria. Al plantearles la pregunta de cuáles son los errores más frecuentes que el alumnado suele cometer en este tema, ambas docentes contestaron de manera unánime lo siguiente:

- Aplicación de conceptos matemáticos.
- Clasificación de los ángulos en consecutivos y adyacentes.
- Asociación del concepto de ángulo con giro e identificación de giros.

1.2. Objetivo del proyecto.

Tras contemplar la metodología llevada a cabo en el aula, me planteo modificarla y observar si los resultados del alumnado cambian. Por estas razones, propongo el cambio de un método tradicional basado en la enseñanza receptiva hacia un modelo más cognitivo, que parta de aprendizaje por descubrimiento basado en el empleo de materiales. Este uso de materiales debe comenzar por el empleo de materiales manipulativos, para posteriormente pasar al uso de materiales representativos, una vez que hayan sido adquiridos los conocimientos suficientes para el nivel de abstracción requerido. Sin embargo, esta modificación metodológica encierra en el niño y niña un gran cambio en la forma de participar en el aula y de crear su

conocimiento, por lo que debido a esta alteración y a las pequeñas restricciones que el centro plantea, no tengo la oportunidad de plantear libremente la unidad didáctica.

No es posible pues, trabajar con materiales manipulativos para pasar a unos más simbólicos y abstractos; del mismo modo que no puedo trabajar en el aula en pequeños grupos o parejas modificando la estructura de la misma y empleando una metodología basada en el aprendizaje por descubrimiento que permita al alumnado buscar información para responder a sus propias dudas y conflictos cognitivos, sino que planteo una unidad didáctica adaptada a las posibilidades que ofrece el centro.

Así pues, durante la unidad que imparto en el centro solo debo trabajar con el alumnado la adquisición de nuevos conceptos y en consecuencia, utilizo el examen de conceptos para poder ver los resultados y los conocimientos adquiridos por el alumnado tras el cambio metodológico. Por otra parte, haciendo referencia a los métodos de evaluación que el centro utiliza, decir que no los modifico durante mi unidad didáctica, pues de esta manera, tengo la posibilidad de comparar los resultados obtenidos por el alumnado en este curso y los obtenidos por los compañeros de 6º curso en el año anterior.

El objetivo del presente trabajo final de grado es pues, el de mejorar los resultados del alumnado en referencia a los conceptos del tema de ángulos, modificando la metodología e introduciendo materiales en forma de fichas de trabajo y presentaciones gráficas mediante la herramienta de GeoGebra.

1.3. Hipótesis:

- Al cambiar una metodología basada en lo deductivo a una inductiva, mejoran los resultados.
- Al cambiar la metodología, los errores más frecuentes siguen siendo los mismos.

2. MARCO TEÓRICO

A continuación presento el marco teórico sobre el que he basado las afirmaciones presentes a lo largo del trabajo final de grado. Todas estas aclaraciones y teorías proceden de fuentes bibliográficas presentadas posteriormente en el apartado 9 titulado Referencias bibliográficas.

A lo largo del presente apartado parto de las características más generales a las que hago referencia, en este caso del área de psicología y el desarrollo evolutivo, para poco a poco ir focalizando en la pedagogía y la didáctica de las matemáticas.

2.1 Psicología: teorías constructivistas

El constructivismo es una corriente psicológica que implica al estudiante, otorgándole un papel activo en su propia construcción del conocimiento. Como señalan Gonzalez-Pérez y Criado del Pozo (2003) (pp.142), “el aprendizaje escolar es un proceso en el que el alumno construye una representación interna del conocimiento y una interpretación personal de la experiencia”. Por otra parte, tal y como explican Martínez Recio, A. Juan Rivaya, F. et al (1989), el papel del docente también cambia y pasa a convertirse en guía y dejando así de ser la fuente fundamental de información.

Son muchos los autores que han trabajado sobre estas teorías que están fundamentadas sobre diferentes autores como Piaget, Vygotski, Ausubel, Bartlett y Bruner entre otros.

2.1.1 Piaget

Jean Piaget es uno de los autores clásicos del constructivismo y una de las figuras más importantes del desarrollo cognitivo. El principal objetivo de este autor fue estudiar el desarrollo del conocimiento desde la propia génesis en un marco teórico denominado epistemología genética, relacionando las teorías biológicas y epistemológicas. Como dice Gimenez-Dasí y Mariscal (2008) existen, según Piaget, cuatro factores que explican la adquisición del conocimiento. Por una parte, la maduración o herencia genética con la que nacemos y a partir de la cual nos relacionamos tanto con el mundo físico como con el social. Con esta interacción, todo ser humano sufre unos

desequilibrios sobre los esquemas² que mediante los mecanismos de desarrollo de asimilación y acomodación³ permiten al sujeto adaptar los nuevos conocimientos y alcanzar la equilibración.

La teoría de Piaget se secuencia en torno a tres estadios evolutivos por los que toda persona pasa durante su desarrollo. Estos son:

- Período sensoriomotor (desde el nacimiento a los 2 años) En esta etapa “el bebé pasa de utilizar los esquemas de acción⁴ a emplear nuevos medios, internos, para conseguir los fines que se propone” (Gimenez-Dasí y Mariscal, 2008). Se caracteriza por las percepciones sensoriales en relación con el espacio.
- Período de operaciones concretas, dividido a su vez en dos subperíodos: período preoperatorio (desde los 2 a los 4/5 años) y período de las operaciones concretas (desde los 5 años hasta la adolescencia). Durante el período preoperatorio el niño o niña es capaz de trabajar de manera simbólica pero no es capaz de utilizar operaciones mentales reversibles⁵. Como explican las autoras, el niño o niña que se encuentra en este período no es capaz de razonar de manera lógica empleando el razonamiento inductivo ni deductivo⁶, sino que utiliza un pensamiento transductivo, caracterizado por establecer relaciones de lo particular a lo particular.

² Esquemas: “unidades psicológicas básicas de funcionamiento en las que está organizado el conocimiento” (Gimenez-Dasí y Mariscal, 2008. P.28)

³ Asimilación: mecanismo del desarrollo que permite al sujeto integrar conocimientos nuevos en un esquema ya creado. Acomodación: mecanismo del desarrollo que permite al sujeto modificar los esquemas. (Gimenez-Dasí y Mariscal, 2008)

⁴ Esquemas de acción: esquemas simples superiores a los esquemas reflejos (Gimenez-Dasí y Mariscal, 2008)

⁵ Operaciones mentales reversibles: acciones internas que permiten al sujeto realizar transformaciones mentales con los objetos que pueden volver a su estado o condición inicial (Gimenez-Dasí y Mariscal, 2008)

⁶ Razonamiento inductivo: “capacidad de llegar a propiedades generales, conclusiones o resultados a partir de la observación, el análisis o la verificación de casos particulares”. Razonamiento deductivo: a partir de unos *términos* dados, se dan unos *postulados* o propiedades que deben aceptarse como válidas sin justificación y de ahí se infieren los *teoremas* los cuales exigen una *demonstración*. Alsina Catalá, C., Burgués Flamarich, C., Fortuny Aymemmi, J.M^a. (1989) p. 42 y 49

Durante el período de las operaciones concretas el razonamiento inductivo y deductivo se va dominando y aunque sigue ligado a los aspectos concretos de la realidad, va dando lugar a relaciones lógicas ante los aspectos físicos. Son capaces de resolver tareas de seriación, conservación, de inclusión de clases, de clasificación,...

- Período de las operaciones formales (desde la adolescencia, 11/12 años). En esta etapa, el adolescente se desvincula de los aspectos físicos y reales, por lo que es necesario un alto nivel de abstracción.

2.1.2 Ausubel

La teoría de David Ausubel es, según Gonzalez-Perez y Criado del Pozo (2003) “un modelo explicativo de las clases de aprendizaje que se producen en el contexto escolar” (p.137). Este autor, establece cuatro tipos básicos de aprendizaje:

- Aprendizaje receptivo: según el cual el alumnado recibe los contenidos que debe aprender de manera ya elaborados.
- Aprendizaje por descubrimiento, tal y como explican Díaz, Gómez, Gutiérrez, Rico y Sierra (1991), el contenido principal debe ser descubierto y elaborado por el alumnado.

Los cuales pueden ser:

- Aprendizaje significativo: se parte de los conocimientos previos para relacionar y asimilar los nuevos conocimientos. Para que este aprendizaje sea posible, Ausubel plantea el método de enseñanza expositiva, que consiste en presentar los materiales de manera organizada y secuenciada que permita asimilar los contenidos a los conocimientos previos que el alumnado posee. Propone también una presentación de los contenidos de manera deductiva y enfatiza en la idea del que el docente debe dividir el tema en pequeños puntos que se acomoden y relacionen con las ideas previas.
- Aprendizaje memorístico: el alumnado retiene los contenidos sin comprenderlos o relacionarlos con conocimientos previos.

Gómez, Gutiérrez, Rico y Sierra (1991) p. 86, presentan la siguiente figura:

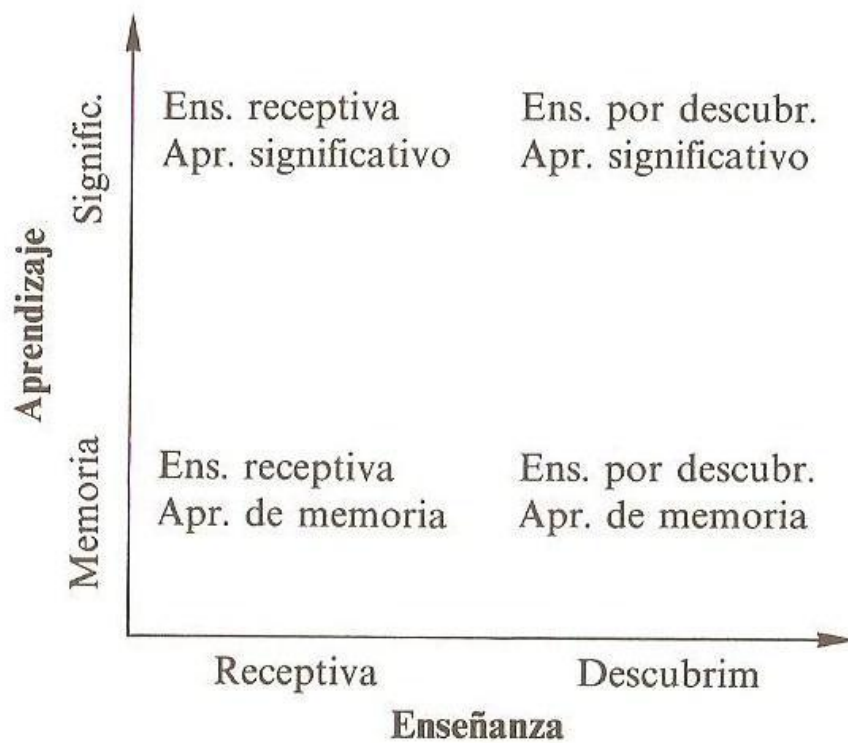


Figura 6: Enseñanza receptiva o por descubrimiento; aprendizaje memorístico o significativo

2.2 Modelos pedagógicos.

A lo largo de la historia, han sido muchos los estudios pedagógicos sobre la didáctica. El *cómo enseñar* ha sido siempre el objeto de estudio que se ha ido reflejando en diferentes reformas educativas y modelos de escuela, los cuales responden a distintos modelos pedagógicos.

A continuación, cito los tres modelos pedagógicos necesarios para comprender la realidad de las aulas y el cambio de las mismas a lo largo de los años. Sin embargo, resaltar desde el primer momento la necesidad de cambio en la mayoría de los centros educativos, pues aunque los estudios y las leyes se han modificado, es fácil darse cuenta de como en muchas de las aulas en las que entramos se basan en el modelo más tradicional, escondido entre avances tecnológicos y colores en las aulas.

2.2.1 Modelo transmisivo

El denominado modelo transmisivo es el más tradicional y tal y como citan Aparici, R.; Silva M. (2012) bajo este modelo, el alumno o alumna es considerado como una “tabula rasa” sobre la que el docente, teniendo en cuenta la pedagogía estudiada, va introduciendo nuevos conocimientos. Supone pues una visión del niño o niña vacía, sin capacidad creadora ni bagaje cultural, pues el niño solo memoriza y reproduce los conocimientos que el docente enseña y no aprende autónomamente con el intercambio con la realidad.

Bajo esta visión, solo existe una línea de transmisión de conocimientos entre el docente y el alumnado, la cual sigue esa única dirección.

Este modelo, pese a las críticas que recibe por dejar fuera los conocimientos del niño o niña y su interacción con el medio y su realidad, sigue existiendo en las aulas actuales decorado con nuevas tecnologías.

2.2.2 Modelo cognitivo

Tras las críticas que el modelo transmisivo recibe y junto al avance en el área de la Psicología y sus nuevos estudios, se comienza a tener en cuenta y dotar de importancia en el proceso de enseñanza aprendizaje los estudios relacionados con la psicología

cognitiva. Fue a partir de los años 50 cuando esta rama de la psicología cognitiva comenzó a tomar especial relevancia debido a los avances en el campo de la enseñanza y en la formación del profesorado.

La psicología cognitiva es un campo de la Psicología especializado en el estudio de los diferentes procesos mentales que se implican en el conocimiento y se fue desarrollando en los años posteriores a la mitad del siglo XX. El resultado de estos avances es un nuevo enfoque educativo más ligado a la construcción del conocimiento por parte de cada individuo.

En este tipo de escuela que este modelo cognitivo encierra, el alumno o alumna deja de considerarse una “tabula rasa” para convertirse en “constructor” o “constructora” de su propio aprendizaje. Así, existen dos vías de relación entre los docentes y su pedagogía, y el alumnado y su psicología. Por un lado, la enseñanza que el docente transmite al alumnado, y por otro, el aprendizaje que el alumnado construye y transmite al docente.

Con la implantación de este nuevo modelo, la secuenciación de los contenidos y el aprendizaje significativo, tomaron especial relevancia en el mundo de la educación. Sin embargo, las aparentes mejoras que este nuevo modelo trae consigo, no se aplican a la realidad de las aulas. Además, son muchas las críticas que recibe este modelo y entre las más importantes, se encuentra la idea de que el docente, especialmente de niveles más básicos de la educación, se centra únicamente en el cómo transmitir, es decir, en la psicología y pedagogía, mientras el saber conceptos y conocimientos para transmitir, quedan en una posición mucho más baja.

2.2.3 Modelo sistémico

En la actualidad, los más recientes estudios sobre la didáctica referidos especialmente al área de las matemáticas, retoman esta crítica para hacerle frente al modelo cognitivo e introducir poco a poco el saber en el esquema de enseñanza aprendizaje.

Esto supone un nuevo pilar en el esquema de la enseñanza aprendizaje en los centros. El docente y el alumno siguen interrelacionados, pero lo hacen también por medio de la interacción con el saber, en este caso matemático. De esta manera, en la construcción y la comunicación de los nuevos conocimientos, el saber ocupa un lugar

muy importante y es el docente el encargado de crear situaciones en las que el alumno trabaje directamente con los nuevos saberes, creando situaciones de aprendizaje adaptadas al nivel del alumnado.

2.2.4 Triángulo didáctico

Las más recientes investigaciones didácticas han desarrollado a partir de este triángulo interrelacionado entre docente- alumno o alumna- saber y a partir de la teoría de las situaciones didácticas, el concepto de triángulo didáctico, explicado por Chevallard, Y. (1997) en su trabajo *la transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*.

Para la teoría de la enseñanza de las situaciones didácticas, que evoluciona y toma como base las teorías constructivistas piagetianas, toda persona debe adaptarse al medio en el que vive tras sufrir desequilibrios que debe asimilar y a los que debe acomodarse. Así, Brousseau propone una “modelización” de la enseñanza entendiendo la “situación didáctica” como “entorno del alumno, que incluye todo lo que coopera específicamente en la componente matemática de su formación” (Brousseau, G. (2007) p. 49) Es una situación construida con la finalidad de que el alumnado adquiera conocimiento de manera autónoma.

Este autor propone pues un modelo didáctico en el que se tiene en cuenta la relación del alumno o alumna con todo medio didáctico. Para Brousseau, el alumnado no solo se enfrenta a los ejercicios o problemas que el docente plantea, sino que además el alumnado se relaciona, tal y como muestra la figura 7, con el medio de manera autónoma.

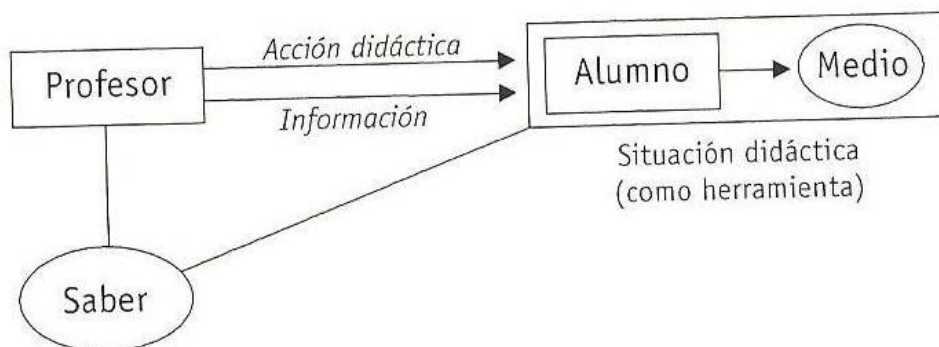


Figura 7: triángulo didáctico (Brousseau, G. (2007) p. 50)

2.3 Didáctica de las matemáticas

Por otra parte, centrándonos poco a poco en la didáctica de las matemáticas, decir que es la rama pedagógica encargada de estudiar y organizar los procesos de enseñanza-aprendizaje necesarios para esta área. Trata de conocer el significado que el alumnado otorga a los nuevos conceptos y símbolos matemáticos y como lo construye.

La etapa de desarrollo evolutivo en el que se encuentre el alumnado con el que vamos a trabajar, resulta de vital importancia pues las nociones geométricas básicas como el punto, la línea y la superficie, requieren un alto nivel de abstracción que el alumnado de Educación Primaria no suele poseer. Esto se debe a que tal y como explica la teoría piagetiana, se encuentran aún en el estadio de las operaciones concretas. Es por ello, que la didáctica de las matemáticas y en concreto la didáctica de la Geometría debe tener muy en cuenta estos aspectos psicológicos, pues requieren un alto nivel de abstracción.

En lo referente a la noción de paralelismo o ángulo, ocurre lo mismo y centrándonos en este último concepto podemos señalar a modo de ejemplo, que al alumnado de esta etapa educativa le resulta muy complicado separar la independencia de la longitud de sus lados con amplitud del ángulo, debido a que para estos individuos se trata de una figura concreta dibujada, lo que demuestran que siguen muy ligados a la realidad.

Además de estas características que presentan los niños y niñas de esta etapa debido al momento de desarrollo evolutivo en el que se encuentran, los libros de texto presentan una serie de limitaciones. Tal y como recoge Serrano, L. En Castro, C. et al (2001) y como representan las figuras 8 y 9, se suelen representar figuras geométricas y ángulos apoyados sobre uno de sus lados en forma de base que coincide con la horizontalidad del cuaderno u hoja, lo que implica que al cambiarlo de posición el alumnado no reconozca la figura. Por ejemplo:

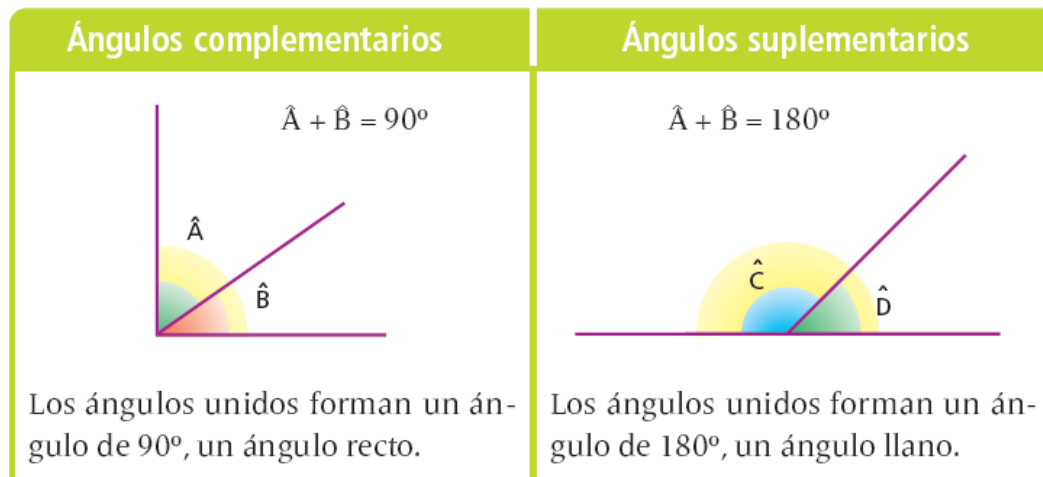


Figura 8: ángulos apoyados sobre uno de sus lados. Arribas Alonso, C. Román González, J.A. (2009) p. 171

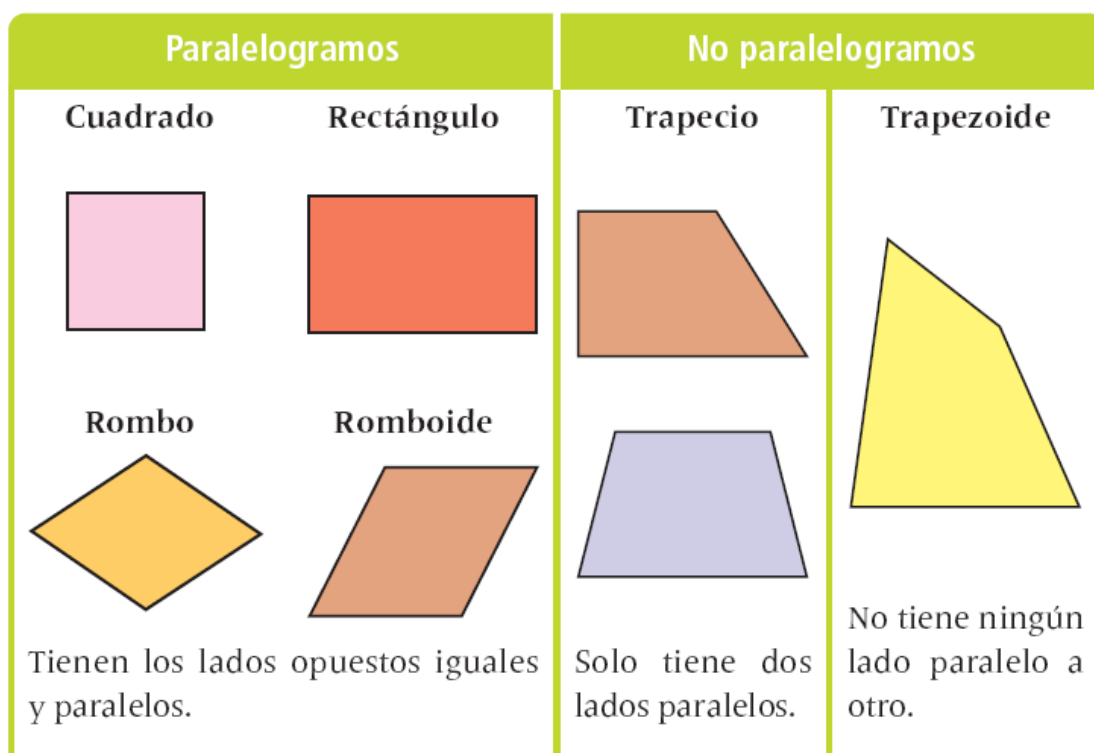


Figura 9: polígonos apoyados sobre uno de sus lados. Arribas Alonso, C. Román González, J.A. (2009) p. 185

2.3.1 Ejemplos y contraejemplos

Siguiendo con los sesgos y las diferentes pautas para evitar errores en los niños y niñas, utilizaremos la técnica de Charles Randall, I. (1980), en su trabajo *Some Guidelines for Teaching Geometry Concepts* publicado en *Arithmetic Teacher*, sobre ejemplos y contraejemplo. La función de éstos es la construcción del conocimiento y la asimilación de nuevos conceptos que requieren un mayor nivel de abstracción. Este autor, establece cuatro pasos para el trabajo de los mismos:

- Identificar las características relevantes del concepto que se va a trabajar.
- Identificar las características no relevantes.
- Presentar contraejemplos, es decir, conceptos que no cumplan al menos una característica relevante.
- Proponer preguntas que resalten las características relevantes.

2.3.2 Modelo de Van Hiele

Por otra parte, en lo referente al proceso de construcción del pensamiento geométrico, el alumnado sigue una serie de niveles evolutivos y es el modelo de Van Hiele el que describe cinco niveles con mayor exactitud:

- Nivel 0: Reconocimiento de figuras por su aspecto físico; perciben las figuras como un todo global, no conocen sus componentes ni las propiedades.
- Nivel 1: Reconoce los componentes de las figuras y sus propiedades básicas y se comienzan a establecer relaciones entre figuras de manera intuitiva.
- Nivel 2: Relaciona y clasifica las figuras siguiendo pensamientos lógicos y sencillos, y definiendo sus propiedades.
- Nivel 3: Razonamiento deductivo en el que los axiomas y definiciones cobran sentido y son tenidas en cuenta.
- Nivel 4: El razonamiento es rigurosamente deductivo y razona sin la ayuda de la intuición.

Además, este autor propone una serie de fases de aprendizaje que el alumno va siguiendo para pasar de un nivel a otro:

- Fase 1: *encuesta*: para conocer los conocimientos previos
- Fase 2: *orientación dirigida*: el docente presenta al alumnado los materiales y consigna de manera secuenciada.
- Fase 3: *explicitación*: el alumnado trabaja con el material, lo comenta con el compañero o compañera y expresa los resultados.
- Fase 4: *orientación libre*: el alumnado aplica los conocimientos adquiridos a otras situaciones.
- Fase 5: *integración*: se revisan los resultados y actividades y se interiorizan los conocimientos.

2.4 Materiales

Otro aspecto muy importante en la didáctica de las matemáticas es el trabajo con los materiales. Tal y como señalan Alsina Catalá, C., Burgués Flamerich, C., Fortuny Aymemi, J.M^a (1988) La utilización de materiales tiene la finalidad de construir una explicación de la realidad para permitir al individuo pasar de lo concreto a lo abstracto. Para ello, se distinguen tres etapas:

- Etapa de lo material o manipulativo
- Etapa gráfica o representativa.
- Etapa formal o deductiva.

3. MATERIALES Y MÉTODOS

Tomando como referencia la edad cronológica del alumnado con el que trabajo y los estadios del desarrollo cognitivo de Piaget, podemos enmarcar a los niños y niñas dentro de una época de cambio evolutivo. Se encuentran en el cambio del estadio de las operaciones concretas hacia el período de las operaciones formales. Por todo ello, la unidad didáctica que se trabaja en el aula, debe tener en cuenta estos aspectos cognitivos.

Con la presente unidad didáctica se pretende además, un acercamiento al objetivo de la Educación Primaria de alcanzar una eficaz alfabetización numérica que incluya el uso de los ángulos en la vida diaria. Esta alfabetización debe ser entendida como la capacidad de cada persona para enfrentarse con éxito a situaciones en las que intervengan los números y sus relaciones, permitiendo obtener información efectiva, directamente o a través de la comparación, la estimación y el cálculo mental o escrito.

Por otra parte, decir que aunque a lo largo de la unidad didáctica que proporciona el centro no se establece relaciones con la realidad práctica del trabajo con los ángulos, sin embargo, en la unidad didáctica que trabajo en el aula, pretendo proporcionar al alumnado una visión útil del trabajo con ángulos, no solo para saber clasificar triángulos, sino para poder jugar al billar, cambiar una bombilla, mejorar nuestras expresiones plásticas o colocar un cuadro de manera centrada en una pared, pues en cada ámbito de la vida cotidiana los necesitamos en mayor o menos medida. De esta manera, favorecemos la mayor motivación del alumnado.

3.1 Metodología

3.1.1 Metodología utilizada en el centro

El centro educativo se basa en una metodología receptiva basada, tal y como demuestra la unidad didáctica y los métodos de evaluación utilizados, en la posterior memorización de los contenidos. Como muestra la figura 10 extraída del libro de texto, se presenta al alumnado una definición y clasificación ya elaborada que debe plasmar en el examen de conceptos presentado en la figura 11.

La bisectriz de un ángulo es una semirrecta que, con origen en el vértice, lo divide en dos ángulos iguales.

Figura 10: definición de bisectriz Arribas Alonso, C. Román González, J.A. (2009) p. 160

7°.- Dibuja un ángulo de 100° y traza su bisectriz. (1-0,5-0)

Contesta: ¿Qué es la bisectriz de un ángulo? La semirrecta que con origen en el vértice, divide el ángulo en dos partes iguales.

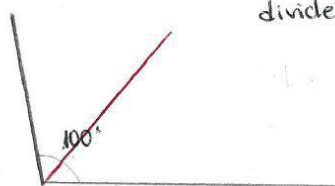


Figura 11: pregunta del examen de conceptos de la unida

Sin embargo, debo señalar que aunque el trabajo en el aula se base en un aprendizaje memorístico, esto no quiere decir que no traten el aprendizaje significativo, pues si parte de los conocimientos o esquemas previos que el alumno o alumna posee.

A lo largo de las diferentes semanas de observación que he permanecido en el centro, he tenido la oportunidad de entrar en aulas con diferentes docentes. Cada uno de ellos tiene una manera de enfocar las sesiones, tomando como referencia un modelo pedagógico u otro. Sin embargo, con la gran mayoría de los docentes utilizan una mezcla de al menos dos modelos, en función de los contenidos que deben impartir. En el caso de la docente de matemáticas, el modelo transmisivo es muy utilizado durante las sesiones de ésta área, que consisten en leer la información del libro, copiar el cuadro con la definición del nuevo concepto y elaborar posteriormente las actividades que se señalan en la misma página. Además, tal y como he citado en el apartado 5.2, es muy habitual que este método se siga utilizando en las escuelas escondido bajo la utilización de las nuevas tecnologías como la pizarra digital, la cual es utilizada en muchos casos para proyectar el libro de texto en formato digital y corregir los ejercicios en la misma. Sin embargo, a largo de las sesiones se hace referencia a los conocimientos previos que el alumnado posee y a lo que la interacción con el medio ha creado en el aprendizaje de los mismo, es decir, parte de que el alumnado puede saber más o menos sobre un tema en función de sus experiencias con la vida cotidiana. Estas

experiencias son tenidas en cuenta y es el mismo alumno o alumna quien lo trasmite al resto de compañeros y compañeras del aula. Es por ello que el alumnado no es visto como una “tabula rasa” sobre la que inscribir conocimientos, sino que poco a poco se acerca a un modelo más cognitivo.

Así pues, podríamos situar a la metodología que sigue el centro entre los vértices de docente- alumno o alumna del triángulo didáctico.

Por otra parte, tras observar la metodología que se lleva a cabo en el aula y al presentarme la oportunidad de trabajar la unidad didáctica de los ángulos, decido modificar la metodología en la medida de lo posible.

La unidad didáctica planteada por el centro sigue el mismo orden que plantea el libro de texto:

- Lectura de la clasificación de triángulos según la longitud de sus lados y la amplitud de sus ángulos en forma de repaso.
- Medida de los ángulos y uso del transportador de ángulos.
- Tipos de ángulos: recto, agudo, llano, obtuso y completo.
- Adición y sustracción de ángulos.
- La bisectriz de un ángulo
- Ángulos consecutivos, adyacentes y opuestos por el vértice.
- Ángulos complementarios y suplementarios.
- Ángulos y giros.
- Medida de los ángulos en triángulos y cuadriláteros.

3.1.2 Metodología utilizada en la unidad didáctica propuesta

Por otra parte, en lo que se refiere a la unidad didáctica que trabajo en el centro, decir, que está más cerca de utilizar un aprendizaje por descubrimiento, ya que la información que el alumnado recibe necesita ser comprendida y elaborada. Además, a lo largo de toda la unidad parto de los conocimientos previos del alumno, tratando de acomodar los nuevos esquemas que el alumnado adquiere a los ya presentes en el niño o niña. De esta manera, proporcionamos una mayor interrelación de los

conceptos que posteriormente permite al alumnado memorizarlos y encontrarlos mejor en la memoria a largo plazo, y creando un aprendizaje significativo en alumno o alumna.

Trabajo pues, mediante un modelo más cognitivo, que tiene en todo momento en cuenta al alumno o alumna, su relación con el medio y la construcción de su propio conocimiento. Así pues, proporciono al alumno y alumna una mayor relación directa con el saber, tratando de convertir mi papel en el aula en guía.

Podemos así, situar esta metodología no tanto en los vértices de docente-alumno o alumna del triángulo didáctico, sino aunque aún situada entre estos dos vértices, se encuentra más cercano a la relación directa con el saber.

En lo que se refiere a la organización de los contenidos que se imparten en la unidad didáctica de trabajo en el aula, modifiko este orden, tratando de favorecer un desarrollo lógico que parta de los conocimientos previos para ir adecuando los nuevos contenidos:

- Características básicas de los triángulos.
- Clasificación de triángulos según la longitud de sus lados.
- Clasificación de triángulos según la amplitud de sus lados y clasificación de ángulos: recto, agudo, llano, obtuso y completo.
- Clasificación de triángulos según la longitud de los lados y la amplitud de los ángulos.
- Medida de los ángulos y uso del transportador de ángulos.
- Medida de los ángulos de un triángulo y cuadrilátero.
- La bisectriz de un ángulo y repaso de la suma y resta en el sistema sexagesimal.
- Adición y sustracción de los ángulos.
- Ángulos consecutivos, adyacentes y opuestos por el vértice.
- Ángulos complementarios y suplementarios.
- Ángulos y giros.

Con este cambio en el orden de presentación de los contenidos, pretendo de nuevo, partir de un aprendizaje más significativo en el niño o niña, con la finalidad de favorecer así el desarrollo integral de la persona.

En lo referentes a la metodología utilizada, cambio el método deductivo y memorístico por uno inductivo, tal y como muestran los anexos presentados en el apartado 10, basados en el aprendizaje por descubrimiento. Al utilizar este tipo de aprendizaje, se pretende tal y como citan Gonzalez-Perez, J. y Criado del Pozo, M.J. (2003) en referencia a Craik y Lockhart (1972) que el alumnado comprenda mejor los diferentes conceptos y clasificaciones, pues son ellos y ellas mismas las encargadas de construir su propio aprendizaje por lo que requieren una comprensión del significado, “cuanto mayor es el análisis semántico mayor es la profundidad de pensamiento”. (p.117)

3.2 Materiales

“La exposición magistral o reproductora del libro de texto ya no es lo único que cuenta en clase; hay también presentaciones y debate del trabajo del alumno, discusión de su pensamiento y argumentación. Existe el contraste de pareceres, la defensa de las propias conclusiones, la comunicación entre alumnos, la búsqueda de información, el trabajo en quipo (...) En vez de proporcionar estímulos que dirijan la respuesta, la tarea del educador consiste en diseñar y proporcionar situaciones de aprendizaje sugerentes que provoquen la actividad” (Gómez, Gutiérrez, Rico y Sierra (1991) pp. 98-99).

A lo largo de toda la unidad didáctica y apoyado en diferentes estudios sobre didáctica de las matemáticas, presentamos todos los anexos con ejemplos de triángulos y ángulos en diferentes posiciones, para que el niño o niña sea capaz de reconocer la figura colocadas de manera distinta para así favorecer la asimilación de conceptos más abstractos como lo son las características que definen un objeto y no solo su apariencia física. Además, las representaciones visuales permiten una mejor comprensión de los conceptos, por lo que a lo largo de la unidad partiremos de los símbolos y su estudio y comprensión, para llegar a su definición. Del mismo modo, a lo largo de todas las sesiones y tal y como muestran los materiales creados para la unidad didáctica, presentamos al alumnado una variedad de elementos que deberán relacionar y clasificar. Estos dos verbos son, tal y como señalan Alsina Catalá, C.,

Burgués Flamerich, C., Fortuny Aymemi, J.M^a. (1988), claves en la enseñanza de la Geometría.

Durante toda la unidad didáctica, se pretende además que el alumnado pase poco a poco del nivel 0 que establece a Van Hiele, al nivel 1 en función de las capacidades del alumnado, ya que el progreso de un nivel a otro no lo marca la edad, sino la madurez adquirida en el nivel anterior. Del mismo modo, hacer referencia a las fases de aprendizaje que este mismo autor propone, pues a la hora de crear la presente unidad se han tenido en cuenta y se han trabajado en la medida de lo posible.

La unidad didáctica que plantea el centro comienza, tal y como muestra la figura 12, con la lectura de las páginas 164 del libro del texto, sin hacer mayor hincapié en el repaso de la clasificación de triángulos ni en los elementos básicos del mismo.

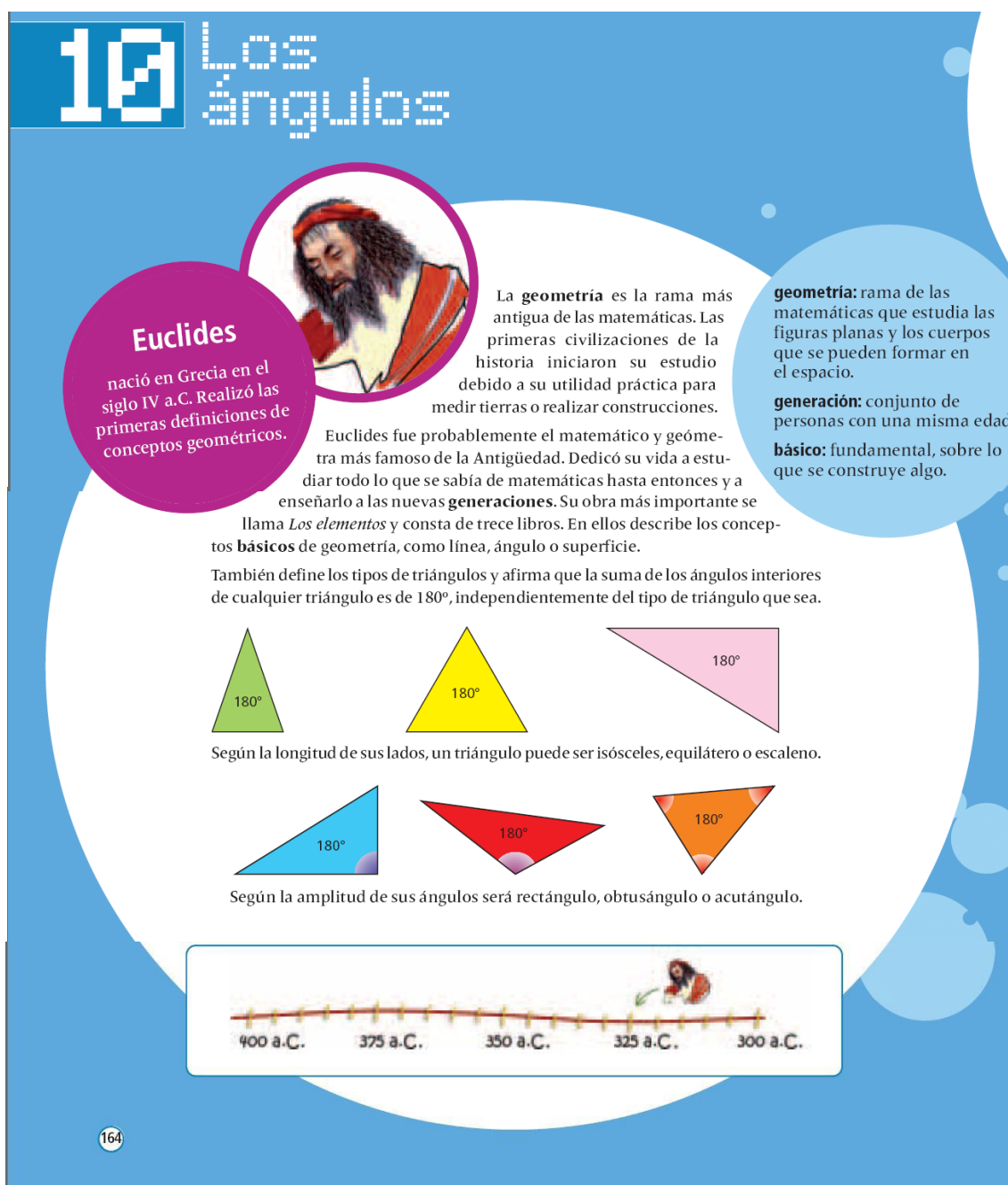


Figura 12: ejemplo de la introducción al tema. Arribas Alonso, C. Román González, J.A. (2009) p.164

Sin embargo, para comenzar a trabajar la geometría en los cursos más altos de la Educación Primaria parto, tal y como explican Martínez Recio, A. Juan Rivaya, F. et al (1989), de los conocimientos previos y de una sesión de repaso de los tipos de líneas, para otorgar así a la definición de las mismas un significado más racional que el momento de desarrollo evolutivo en el que se encuentran permite. A partir de estos conceptos repasados se irán introduciendo otros nuevos que el alumnado debe ir

descubriendo. Para ello, en la unidad didáctica que presento al alumnado, retomamos la clasificación de los triángulos, y el trabajo con los elementos básicos de los mismos por medio de los anexos a, b, c y d.

Considero importante comenzar de esta manera para así retomar los conocimientos previos que poseen sobre los triángulos y sus elementos básicos, creando así una definición y trabajo más abstracto. Además, la correcta comprensión de los triángulos y sus características básicas que los definen y sus propiedades, son muy importantes, pues estas figuras geométricas son la base del desarrollo de las demás figuras planas y cuerpos geométricos.

Para trabajar el complejo concepto de triángulo y ángulo, Martínez Recio, A. Juan Rivaya, F. et al (1989) proponen diferentes actividades de tipo manipulativo con palillos y alambre, para después pasar a actividades representativas como las utilizadas en la presente unidad didáctica. Tal y como presentamos en el anexo a, se le pide al alumno o alumna que observe un triángulo móvil presentado mediante la herramienta GeoGebra, representado en la figura 13, para después señalar los elementos básicos de un triángulo y los elementos que pueden ser modificables.

triangulomo.ggb

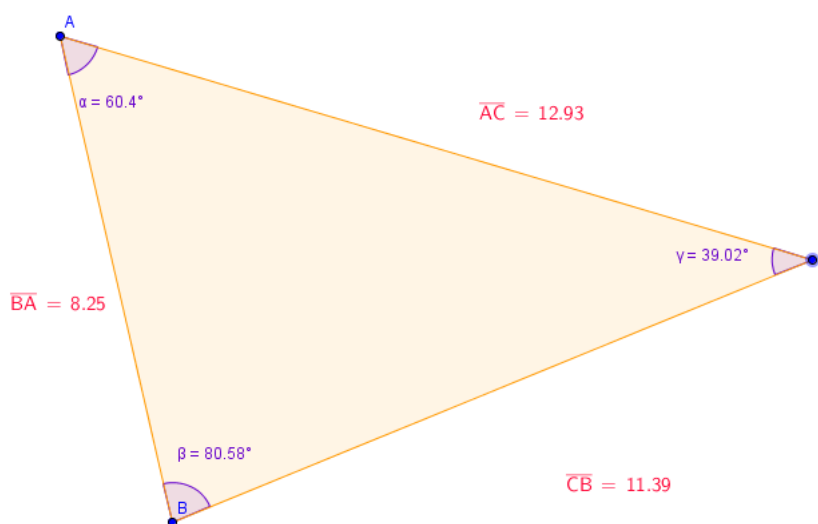


Figura 13: representación del triángulo móvil mediante la herramienta GeoGebra

Esta representación permite modificar el triángulo y su posición, haciendo así visible los cambios que se producen en la longitud de los lados del triángulo y en la amplitud de sus ángulos.

De esta manera, el alumno y alumna no solo comprende mejor la concepción de triángulo y sus diferentes elementos, sino que también entiende el por qué de la clasificación de los mismos en función de la longitud de sus lados y la amplitud de sus ángulos, que se trabaja en los anexos b y c.

Volviendo al anexo a y justificando el trabajo con el mismo y con el triángulo móvil presentado a los niños y niñas mediante la herramienta GoeGebra, debo citar las palabras de Holloway, G. E. T (1969) refiriéndose a Piaget:

“Es así como la transposición de un cuadrado pequeño a uno grande supone la consideración del cuadrado como un todo, el tamaño de los ángulos y longitudes relativas de los lados o diagonales” (p. 85)

Sin embargo, antes de clasificar los triángulos se trabajarán los triángulos con los elementos notables y no notables mediante el uso de ejemplos y contraejemplos en la pizarra.

Posteriormente procederemos a la clasificación de los triángulos según la longitud de sus lados (anexo b) y la amplitud de los ángulos (anexo c) introduciendo con este último la idea de estimación y de clasificación de ángulos, creando así la necesidad de medir los ángulos para poder refutar o no la estimación.

Tras dejar claras ambas clasificaciones, nos planteamos diferentes propiedades de los mismos. Por una parte, se trabajan las propiedades relativas de los ángulos, es decir, la idea de que un triángulo solo puede tener un ángulo recto o uno obtuso y planeándoles a ellos y ellas mismas la razón de los mismos. Para ellos utilizaremos el anexo d, que exige la investigación individual de cada individuo para poder dar respuesta al conflicto cognitivo al que se enfrentan (En Castro, C. et al, 2001, p. 185 Actividad 16.7). Por otra parte, se trabaja la noción de ángulo mostrando diferentes ejemplos de ángulos como parte de una figura y no de manera separada como figura independiente, la independencia de la longitud de sus lados y la clasificación de los mismos en obtuso, llano y agudo. De esta manera, nos planteamos cuánto mide la

suma de los ángulos interiores de un triángulo, propiedad que se trabaja en el siguiente anexo (anexo e).

Una vez consolidada la concepción de ángulo y su clasificación más sencilla en función de la amplitud de los mismos en: rectos, obtusos, agudos, llanos y completo; se procede a la medición de los mismos. Para trabajar o repasar esta clasificación se utiliza también la siguiente demostración creada con la herramienta GeoGebra y representada en la figura 14.

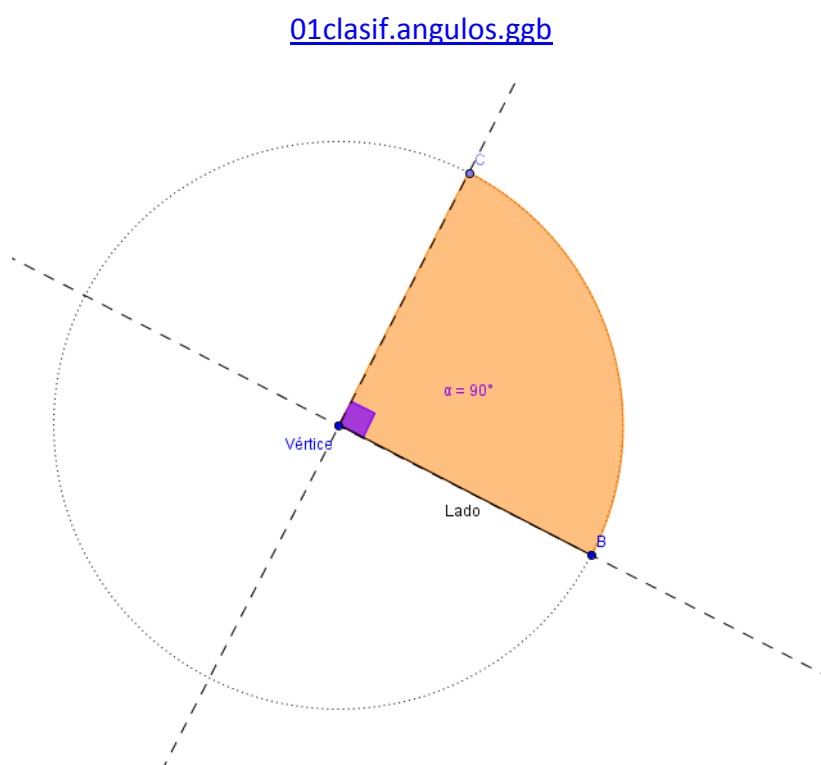


Figura 14: representación de ángulos de diferente amplitud y posición mediante la herramienta GeoGebra.

Esta representación permite dar diferentes ejemplos de ángulos en distintas posiciones, con la posibilidad de medir la amplitud de los mismos. Hasta el ahora, se ha estimado la amplitud de cada ángulo y es en este momento cuando introducimos la posibilidad de comprobar nuestras estimaciones, ya que la podemos visualizar en la representación en GeoGebra. Así, se comienza a ver la necesidad de medir la amplitud y en consecuencia, se introduce el instrumento de medida de ángulos.

Tras realizar varios ejercicios y permitir que unos a otros se ayuden en la medición de los ángulos, entregamos al alumnado el anexo e, para de esta manera dar respuestas a

las preguntas que ellos y ellas mismas se han planteado acerca de cuánto miden los ángulos interiores de un triángulo y además, comienzan a ver la importancia de los mismo para el resto de figuras geométricas. Además, para hacer más gráfica esta propiedad de los triángulos, se utiliza la demostración creada por la herramienta GeoGebra y presentada en la figura 15.

[01 triangulo. angulos interiores.ggb](#)

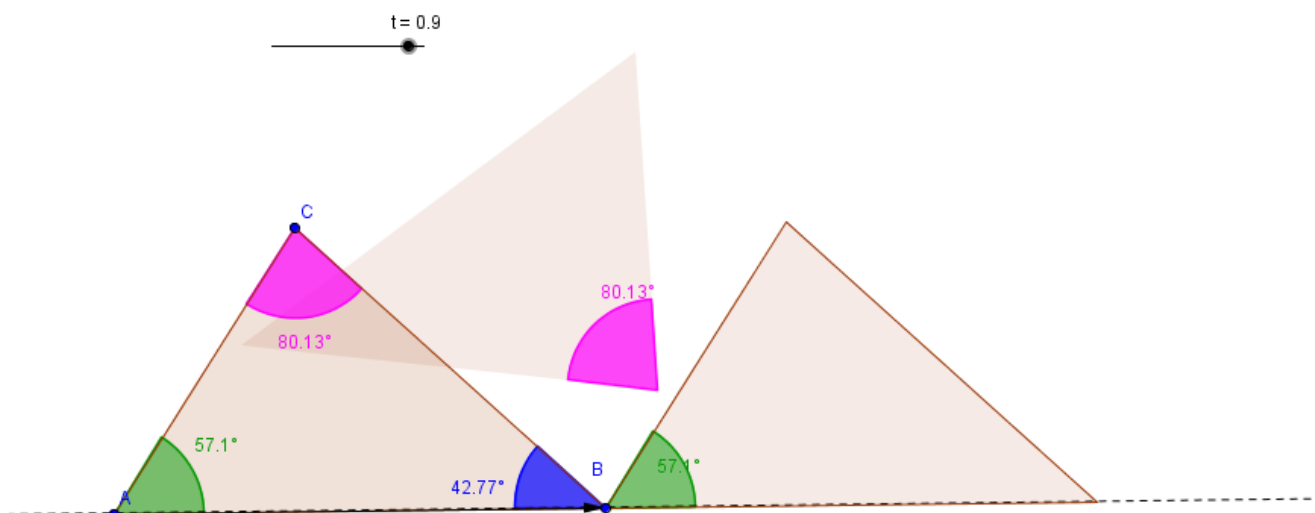


Figura 15: representación de la demostración de la suma de los ángulos interiores de un triángulo creada mediante la herramienta GeoGebra

Esta demostración permite colocar un triángulo en diferentes posiciones giradas, haciendo coincidir en un mismo vértice todos los ángulos del triángulo y haciendo así visible la idea de que todos los ángulos interiores de un triángulo suman 180 grados.

Posteriormente, se trabaja la idea de la bisectriz de un ángulo desde una pregunta inicial, “¿cómo puedo hacer una línea que divida el ángulo en dos partes iguales?” A la cual responderán que con el transportador pero es en este momento cuando planteamos la siguiente pregunta: “¿Y si no tenemos uno a mano?”

Es en este momento cuando introducimos el uso del compás para realizar la bisectriz de un ángulo y presentaremos al alumnado en anexo f con el cuál practicamos esta

técnica y fomentamos la autocorrección e independencia del alumno, pues no es necesario corregir ningún ejercicio de bisectrices, ya que ellos y ellas solos pueden descubrir si están bien o mal. Tras esta experiencia, el alumnado debe ser capaz de definir por sí solo qué es una bisectriz, teniendo en cuenta el tipo de línea que es, ya que estos conceptos han sido trabajado previamente en clase.

Por último, presentaremos al alumnado el anexo g y posteriormente el h, los cuales siguen la misma forma de trabajo:

- En primer lugar, se pide al alumnado que observe las figuras presentadas y trabajando en gran grupo tratamos de descubrir cuáles son los criterios que permiten clasificar los ángulos y cuáles no, pues la posición o el color no lo son. Para ello, debe comprobar cada ejemplo y pensar en otros diferentes, tratando de refutar las características que dan lugar a una posible clasificación.
- Posteriormente deben observar como criterios aparentemente diferentes dan lugar a la misma clasificación. Por ejemplo: los ángulos complementarios pueden ser a la vez consecutivos del mismo modo que un triángulo rectángulo puede ser a la vez isósceles.

Estos anexos van de la mano de la necesidad de sumar y restar ángulos, por lo que se trabaja prácticamente de manera simultánea. Debo decir, que en el tema anterior han sumado y restado horas, minutos y segundos y que es el mismo alumnado quien descubre que medir en grados, minutos y segundos, sigue el mismo procedimiento al tratarse de un sistema sexagesimal.

De cualquier manera, para favorecer la comprensión de los las mismas, se presenta al alumnado una representación gráfica mediante la herramienta GeoGebra:

[03 suma angulos.ggb](#)

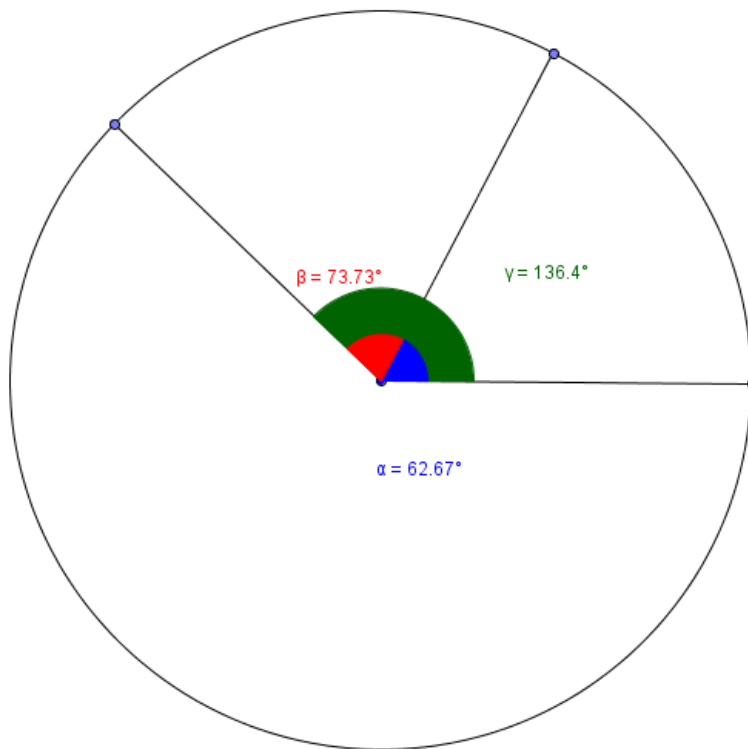


Figura 16: representación de una suma de ángulos mediante la herramienta Geogebra

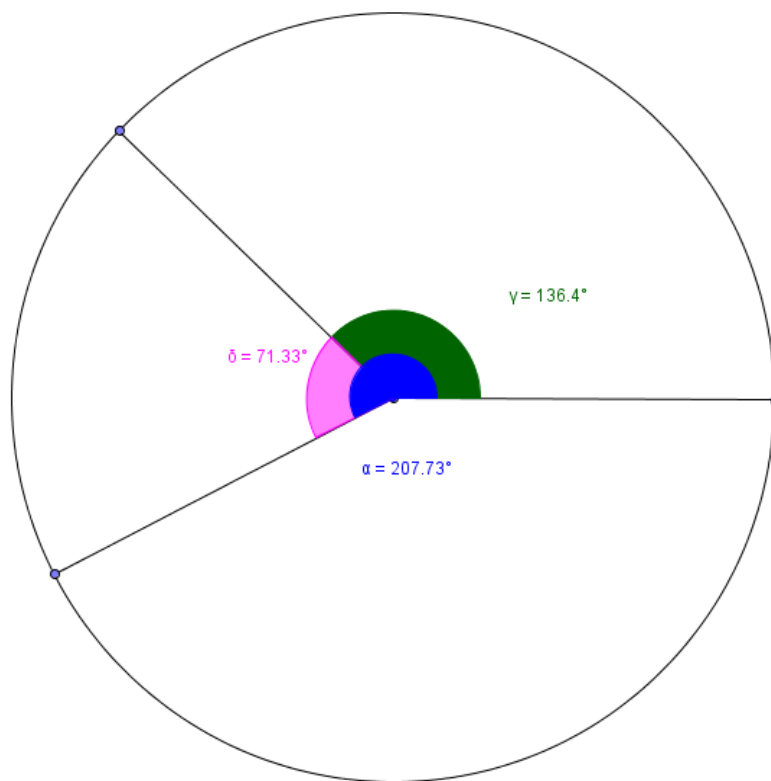


Figura 17: representación de una resta de ángulos mediante la herramienta GeoGebra

Este ejercicio consiste en realizar diferentes sumas y/o restas de ángulos de manera más visual.

Para finalizar la adquisición de conocimientos nuevos, trabajamos el tema de ángulos y giros. Sacamos al centro a un alumno o alumna y le pedimos que gire 90° y le planteamos, ¿hay otra forma de girar 90° ?. Así, se dan cuenta de la necesidad de indicar hacia qué sentido giramos (positivo y negativo) y haremos diferentes ejercicios con distintas personas de la siguiente manera:

- Un compañero o compañera sale al centro y colocamos un estuche en el frente, la pizarra a la espalda, una mochila en la dirección que manda su brazo derecho y una silla en la dirección que manda el izquierdo. Pediremos al alumno o alumna que gire 90° , 180° o 270° indicando el sentido de giro.
- Como segunda parte del ejercicio, serán el resto de compañeros y compañeras quienes digan hacia qué objeto va a mirar.

La finalidad de esta actividad es que trabajen los giros desde uno o una misma y que utilicen también los giros sobre un objeto externo.

Para realizar más ejercicios de giro de un objeto externo, se presenta el ejercicio de giros creado con la herramienta GeoGebra y representado en la figura 18.

[04 giro.ggb](#)



Figura 18: representación de un objeto externo de giro (la flor) mediante la herramienta GeoGebra.

Esta representación permite variar el grado de giro de la flor, permitiendo así trabajar numerosos ejercicios acerca de los ángulos y sentido de giro.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tal y como cito en el apartado 4.2.3, a lo largo de la unidad didáctica trabajo los nuevos conceptos bajo una metodología diferente a la utilizada por los docentes del centro en años anteriores. Es por ello, que para poder observar si se han producido o no cambios en el aprendizaje y construcción de conocimientos en el alumnado, me centro en los resultados que este obtiene en el examen de conceptos.

Para que esta pequeña comparativa sea posible, he elegido el examen que el centro plantea para esta unidad, pues es muy parecido al empleado en el curso anterior con el que lo voy a comprar.

Así pues, debo decir que esta pequeña comparación se produce sobre una muestra muy reducida de alumnos y alumnas por lo que los resultados no son significativos y carecen de validez sin una ampliación del estudio.

4.1 Comparativa

A continuación, presento en la tabla 1 los resultados de las respuestas acertadas en los exámenes de matemáticas del curso actual y los resultados de los exámenes de matemáticas del mismo tema el año anterior. De esta manera favorezco la comparación entre los aciertos de ambos años. Para ello, he tenido la oportunidad de observar los exámenes del año anterior, comentar los resultados, analizar las preguntas y obtener el número de aciertos en forma de porcentajes en cada tipo de preguntas. En lo referente al curso actual, tengo los exámenes que yo misma realicé al alumnado y que iré presentando a lo largo del presente apartado.

El tipo de preguntas que se trabajan en ambos exámenes son muy parecidas, y he elegido comparar aquellas que buscan el uso de los mismos conceptos.

Tabla 1. Tipo de preguntas y porcentaje de aciertos.

Tipo de preguntas	Año anterior	Curso actual
Ángulos consecutivos, adyacentes y opuestos por el vértice	54 %	21,4 %
Asociación del concepto de ángulo con el giro e identificar giros	61 %	53,6 %
Suma y resta en grados, minutos y segundos.	70 %	58,9 %
Aplicación de ángulos complementarios y suplementarios	70 %	54,6 %
Medir con el transportador de ángulos	75 %	57,1 %
Trazar ángulos con transportados de ángulos y regla	79 %	92,8 %
Trazar la bisectriz de un ángulo	93 %	100 %

Estos datos, muestran a primera vista como los errores más frecuentes que señalaban las maestras y están recogidos en el apartado 4.2.4, no han mejorado o se han mantenido con respecto al año anterior. El número de aciertos obtenidos en la pregunta que hace referencia a la clasificación de ángulos en consecutivos, adyacentes y opuestos por el vértice, ha disminuido de un 54 % a un 21,4 %; y la pregunta referida a la asociación del concepto de ángulo con el giro e identificar giros no ha descendido muy notablemente con respecto al año anterior.

Si continuamos con esta primera visión sin analizar más profundamente los resultados, observamos una disminución en el número de aciertos en la suma y resta de ángulos que ha pasado de un 70 % de aciertos a un 58,9 %. Lo mismo ocurre en la pregunta de medir con el transportador en la que el número de aciertos recogidos en el año actual con respecto al anterior, representan un porcentaje más bajo, que ha pasado de un 75% a un 57,1 %. Sin embargo, los resultados han mejorado notablemente en la pregunta del trazo de ángulos con regla y transportador, que ha pasado de un 79 % de

aciertos a un 92,8 %. Así mismo, en lo referente a la pregunta de trazar la bisectriz de un ángulo, los resultados se mantienen aunque llama la atención que en el año actual el 100 % del alumnado ha resuelto correctamente la pregunta.

Continuando con este análisis preliminar, decir que la pregunta de aplicación de de ángulos complementarios y suplementarios, no es una aplicación real de los contenidos, ya que al alumnado se le dice qué es lo que tiene que tener en cuenta para solucionar la pregunta propuesta, por lo que estos datos no son significativos para analizar los errores de aplicación. Como hemos citado, se trata de un examen de conceptos que no tiene en cuenta la aplicación de los mismos.

Sin embargo, debo decir que los resultados que aparentemente hemos obtenido no reflejan la realidad del aula. Es por ello, que antes de comenzar con un análisis más profundo de cada pregunta, me gustaría decir que desde mi punto de vista, las preguntas pueden estar mal planteadas y considero que la atención a la diversidad debería estar presente en los exámenes, ya que son muchos los alumnos y alumnas que pueden necesitar, no una adaptación de los contenidos, sino del examen. Adaptando el tipo de pregunta, dejando más espacio para contestar a las preguntas, señalando la información más importante,... Resaltar también la idea de que al poder disponer de todos estos exámenes he podido realizar un estudio exhaustivo y diario, oportunidad de la que carezco con respecto a los exámenes del curso anterior a los cuales me hubiera gustado tener un mayor acceso y haber tenido la oportunidad de estudiarlos, pues los resultados hubieran sido mejor comparados.

4.1.1 Resultados de la pregunta sobre la clasificación de ángulos consecutivos, adyacentes y opuestos por el vértice.

Por una parte, en los resultados referentes a la pregunta sobre la clasificación de ángulos en consecutivos, adyacentes y opuestos por el vértice, se han registrado muchos fallos no por error de concepto, sino por la falta de lectura de la pregunta. Un gran número de alumnos y alumnas han fallado por no leer la consigna correctamente:

1. Dibuja dos ángulos consecutivos y señala en rojo el lado que tienen en común.

2. Dibuja dos ángulos adyacentes y señala en rojo el lado que tienen en la misma recta.
3. Dibuja dos ángulos opuestos por el vértice

Gran cantidad del alumnado ha señalado en rojo el lado que tienen en común, tanto en los ángulos consecutivos como en los adyacentes, tal y como muestra la figura 19, por lo que no se les ha dado el punto completo de la pregunta.

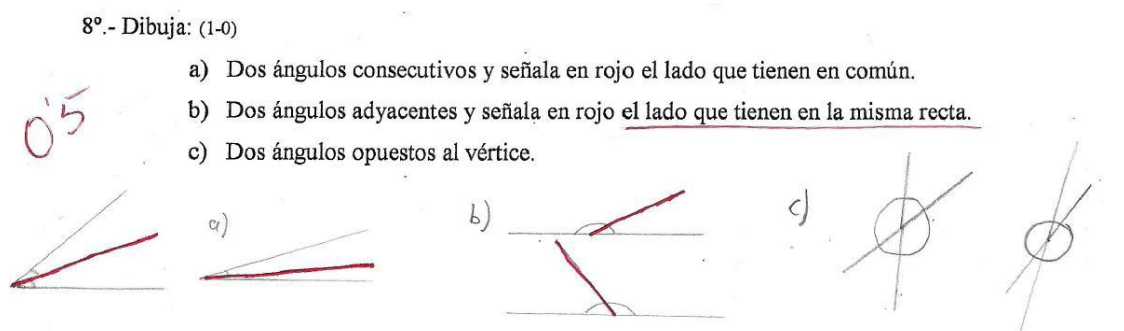


Figura 19: ejemplo de respuesta de examen de conceptos; pregunta número 3

Por estas razones, los datos señalados en la tabla 1 no son significativos, pues en el examen del curso anterior solo se pide al alumnado que dibuje dos ángulos consecutivos, dos adyacentes y dos opuestos por el vértice. Por esta razón y si eliminamos los fallos que se han producido de este tipo, obtenemos un porcentaje de aciertos que ascienden a un 82,1 % de aciertos.

Sin embargo, considero que en la gran mayoría de los exámenes (el 71, 43 %) se muestra un error de concepto con respecto a esta clasificación de ángulos. El alumnado parece contemplar como un solo objeto a cada pareja de ángulos consecutivos, adyacentes y opuestos por el vértice, ya que al pedirles que dibujen “dos ángulos consecutivos” ellos y ellas trazan dos parejas de ángulos, y ocurre lo mismo con los ángulos adyacentes y opuestos por el vértice. Por esta razón, considero que sería posible una ampliación del estudio, para conocer si es o no comprendida la idea de ángulo tomando como referencia las características que lo definen, alcanzando un nivel de razonamiento 1 definido en el modelo de Van Hiele.

4.1.2 Resultados de la pregunta sobre la asociación del concepto de ángulo con giros e identificación de giros

En lo referente a los resultados obtenidos en esta pregunta, decir que muchos de los errores registrados no son por incomprensión del concepto de giro ni la identificación del sentido sino porque tal y como se muestra en la figura 20, muchos alumnos y alumnas han completado cada hueco con un animal.

10°.- Averigua qué animal ve el niño en cada caso. (1-0)

- a) Gira 90° en sentido negativo: perro perro
- b) Gira 45° en sentido positivo: serpiente conejo
- c) Gira 180° en sentido negativo: serpiente oca
- d) Gira 90° en sentido positivo: serpiente
- e) Gira 270° en sentido negativo: pingüino

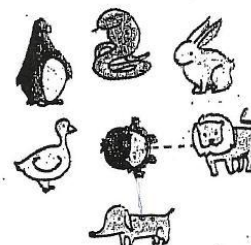


Figura 20: ejemplo de respuesta de examen de conceptos; pregunta número 10

Si añadimos al porcentaje de aciertos estas respuestas y dejamos como errores aquellas que se han producido por error de concepto, obtenemos como resultado un porcentaje mayor, con un total de aciertos del 71,4 % .

4.1.3 Resultado de la pregunta sobre la suma y resta en grados minutos y segundos

En esta pregunta existe una dificultad a la hora de analizar los resultados. En el examen que se trabajó en el año anterior, la capacidad de sumar y restar con horas, minutos y segundos de midió en una misma pregunta que valía un punto. Esta pregunta estaba compuesta por cuatro operaciones, dos sumas y dos restas, por lo que cada fallo en alguna de ellas descontaba solo 0,25 puntos de la pregunta.

En el examen que se presenta este año estos mismos conceptos se valoran sobre dos puntos. Tal y como muestra la figura 21 una pregunta contenía dos sumas y la otra dos restas, otorgando un valor total de dos puntos del examen a las operaciones con unidades de medida de ángulos.

05 5°.- Calcula la amplitud del ángulo suma de estos pares de ángulos: (1-0,5-0)

78° 34' 56" y 45° 30' 43" = 123° 55' 39"
 20° 20' 40" y 38° 54' 32" = 59° 15' 12"

6°.- Calcula la diferencia entre estos pares de ángulos: (1-0,5-0)

76° 26' 14" y 45° 30' 53" = 30° 55' 21"
 20° 13' 8" y 8° 33' 12" = 11° 39' 56"

Figura 21: ejemplo de respuesta de examen de conceptos; preguntas número 5 6.

Así, para poder comparar los resultados, he sacado la media de los aciertos obtenidos en el ejercicio del cálculo de sumas y los obtenidos en el ejercicio de cálculo de restas. Durante el análisis de los resultados de estas dos preguntas, se ha demostrado como tanto en la operación de suma como en la de resta no hay apenas problema de comprensión del concepto, pues son muchos los errores de cálculo presentados por el alumnado y solo el 10,7 % ha cometido error de concepto en esta pregunta. Del mismo modo, en lo referente a las restas, el número de errores de concepto también similar, 14,3 %

4.1.4 Resultados de la pregunta sobre la aplicación de ángulos complementarios y suplementarios

En lo que se refiere a esta pregunta, el alumnado del curso actual ha cometido muchos errores. Errores que tal vez se deban a la no representación gráfica de los mismos y a la falta de comprensión lectora. En la figura 22 muestro un ejemplo de respuesta.

9°.- Si Luis ha trazado dos ángulos complementarios y uno de ellos mide 35°, ¿cuál es la amplitud del otro ángulo? 55° (0,5)

Si dibujas tres ángulos suplementarios y uno de ellos mide 80°, otro la cuarta parte. Calcula la medida de los tres ángulos. 30° 100° 20° (0,5)

Figura 22: ejemplo de respuesta del examen de conceptos; pregunta número 9

Considero que los resultados presentes muestran los conceptos los que peor ha comprendido el alumnado, ya que muchos de ellos han asociado mal el concepto de 180° al ángulo suplementario y 90° al ángulo complementario.

4.1.5 Resultados de la pregunta sobre la medición de ángulos con transportador de ángulos.

El correcto empleo del transportador de ángulos ha sido lo que más ha costado comprender a lo largo de la lección. Gran cantidad de alumnos y alumnas confunden con cuál de las dos series numéricas debe medir y aunque en el aula se ha trabajado mucho la idea de empezar a medir desde el 0° , han sido muchos los fallos por despiste de este tipo, tal y como muestra la figura 23.

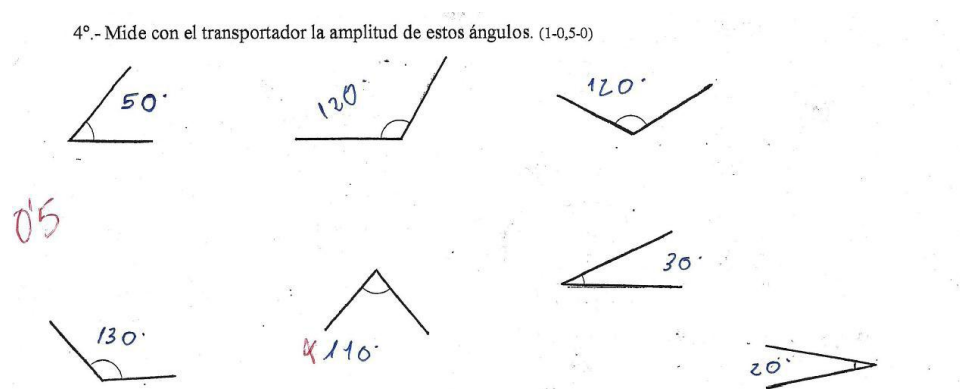


Figura 23: ejemplo de respuesta del examen de conceptos; pregunta número 4.

Sin embargo, cabe decir que en el examen del curso actual, tal y como representa la figura 23 el alumnado debe medir siete ángulos mientras que en el examen del curso anterior eran solo cuatro, por lo que en el presente curso han tenido más opciones de equivocarse y solo con dos fallos, se anulan los puntos de la pregunta.

4.1.6 Resultados de la pregunta sobre el trazo de ángulos con transportador y regla

En lo referente a esta pregunta, el número de errores y aciertos se ha visto modificado debido a que en la pregunta que se realizó en curso pasado, el alumnado debía dibujar ángulos con las medidas que les venían ya dadas. Sin embargo, en el examen de este año, tal y como muestra la figura 24, las medidas deben de ser halladas, por lo que se puede valorar por una parte el cálculo y por otra el trazo de los ángulos.

3°.- Dibuja: (1-0)

- Un ángulo recto
- Un ángulo agudo que sea la mitad que el recto.
- Un ángulo obtuso que sea la suma de los dos anteriores.

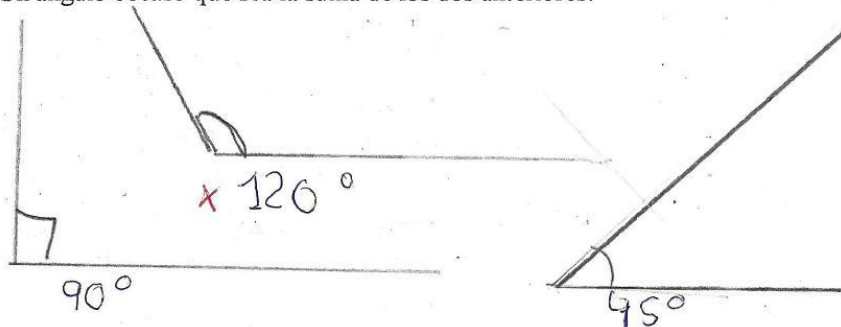


Figura 24: ejemplo de respuesta de examen de conceptos; pregunta número 3.

El porcentaje presente en la tabla 1, muestra pues, el resultado de las personas que han trazado correctamente los ángulos, para de esta manera hacer más real la pequeña comparativa que llevamos a cabo.

4.1.7 Resultados de la pregunta sobre el trazo de la bisectriz de un ángulo

En lo referente a esta última pregunta que podemos comparar, debo volver a señalar que el número de errores y aciertos se ha modificado por causas similares a las de la pregunta anterior. En el presente curso escolar, se ha pedido al alumnado que además de trazar la bisectriz de un ángulo, el alumnado debe escribir la definición de la misma (figura 25)

7°.- Dibuja un ángulo de 100° y traza su bisectriz. (1-0,5-0)

Contesta: ¿Qué es la bisectriz de un ángulo?



ES una semirecta que se
X corta en dos puntos
por el compás.

Figura 25: ejemplo de respuesta del examen de conceptos; pregunta número 7.

Por todo ello, se han tenido en cuenta, por una parte, el porcentaje de alumnos y alumnas que han trazado la bisectriz correctamente con compás y regla; y por otra parte el porcentaje de aquellas personas que no han contestado correctamente a la definición de la bisectriz.

Para concluir con este análisis, decir que todos estos porcentajes son orientativos, ya que los exámenes realizados este año han podido ser revisados, estudiados y analizados continuamente, mientras que los obtenidos en el curso anterior solo han podido ser observados, analizados y clasificados en una ocasión, por lo que no ha sido posible analizar tanto el tipo de error, si era o no de concepto.

5. CONCLUSIONES Y CUESTIONES ABIERTAS

Dar respuestas a las hipótesis lanzadas en el apartado 4.4 es realmente complicado. El presente trabajo no es un estudio estadístico ni las comparaciones entre dos aulas con docentes diferentes y alumnado distinto es significativo. Sin embargo, y aunque la muestra no es suficiente, los resultados revelan una pequeña mejora en los conceptos de clasificación de ángulos en complementarios, suplementarios y opuestos por el vértice o el trabajo con el concepto de giro, por lo que no refutan la primera de las hipótesis lanzadas. Sin embargo, en lo referente a la segunda, no se ha cumplido ya que los errores más frecuentes que se cometieron en el curso anterior han variado con respecto a los cometidos en el curso actual.

En este momento, me planteo la idea de que la intención y expectativas del docente pueden marcar los resultados, ya que de manera inconsciente es posible que yo misma haya hecho mayor hincapié en estos conceptos o me haya esforzado más en su explicación y trabajo. Por ello, deseo aprovechar este momento para resaltar la idea de que la actitud del docente y las expectativas que tiene con respecto a cada actividad y alumno o alumna son trascendentales. Es por ello que la creación de unos materiales propios originados para responder a las diferencias individuales y las dificultades con las que se puede encontrar el alumnado, puede generar en el docente una motivación muy valiosa, capaz de estimular a los niños y niñas.

Del mismo modo y siguiendo con la idea de la diversidad cultural e igualdad de oportunidades decir, que los resultados de un examen, tal y como lo conocemos actualmente en la mayoría de las aulas, no son verídicos ya que cada realidad de un niño o niña es muy diferente. Sin embargo considero necesario adaptar, al menos, las preguntas a cada individuo, ya que tal y como he señalado en el apartado 4, adaptar el tipo de preguntas, la redacción de las mismas, dejar más espacio para realizar los ejercicios o señalar la información necesaria para contestar a las preguntas, pueden ayudar a muchos niños y niñas con diferentes dificultades a centrarse y poder responder con esos conocimientos que aunque sí los tiene, no los sabe plasmar en este tipo de examen.

Además, cabe decir que para poder aceptar las diferentes hipótesis, es necesario un estudio en el que la muestra sea más significativa, ampliada a varios centros y a grupos diferentes de alumnos y alumnas. Sin embargo, en el caso de este centro, el estudio puede ser significativo si ampliamos la muestra a más aulas, pues el alumnado es bastante homogéneo, debido a las características de centro citadas en el apartado 4.2.

Por todas estas razones, considero que el presente proyecto da luz a seguir investigando y trabajando en esta dirección, ampliando la muestra y modificando la unidad didáctica, añadiendo el uso de materiales manipulativos y acercándonos más a un modelo pedagógico sistémico. Abre así la posibilidad de un futuro estudio sobre los diferentes resultados que el alumnado obtiene en Geometría modificando la metodología de trabajo.

En referencia a las posibles mejoras, decir que son muchas las que deben aplicarse en este estudio, pues como he dicho, además de ampliar la muestra, sería necesario modificar los materiales empleados, comenzando con unos materiales manipulativos que permitieran al alumno aprender de manera autónoma con el intercambio con el medio y el saber matemático. Me hubiera gustado trabajar esta unidad didáctica partiendo de ejercicios totalmente manipulativos y permitiendo al alumnado trabajar en grupo, ser creador único de su propio aprendizaje y así adquirir yo el papel de guía y acompañante.

Continuando en la misma línea de posibles mejoras, decir que en mi opinión, el trabajo final de grado hubiera mejorado notablemente si hubiéramos tenido la oportunidad de realizarlo durante el periodo de prácticas. Así, no solo nuestro trabajo en las aulas hubiera sido diferente, sino que el presente trabajo fin de grado podría haber contado con algunas de las carencias que la falta de tiempo y la imposibilidad de trabajarlo en el centro han llevado consigo.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Gonzalez-Perez, J. y Criado del Pozo, M.J. (2003). *Psicología de la educación para una enseñanza práctica*. Madrid: CCS

Gimenez-Dasí, M. y Mariscal Altares, S. (2008). *Psicología del desarrollo. Desde el nacimiento a la primera infancia*. Madrid: McGraw Hill

Díaz Godino, J., Gómez Alfonso, B., Gutiérrez Rodríguez, A., Rico Romero, L. & Sierra Vázquez, M., (1991) *Área de conocimiento. Didáctica de la matemática*. Madrid: Síntesis

Martínez Recio, A. Juan Rivaya, F. et al (1989) *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría*. Madrid: Síntesis

Serrano, L. Elementos geométricos y formas planas. En Castro, C. et al (2001). *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*. Madrid: Síntesis. (p. 379-398)

Holloway, G. E. T (1969) *Concepción del espacio en el niño según Piaget*. Buenos Aires: Piados

Alsina Catalá, C., Burgués Flamarich, C., Fortuny Aymemmi, J.M^a. (1989) *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Síntesis

Silva, S. (2007). *Atención a la diversidad. Necesidades educativas: guía de actuación para docentes*. Vigo: Ideaspropias

Brousseau, G. (2007) *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Chevallard, Y. (1997) *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique

ARTÍCULOS DE REVISTA

Aparici, R.; Silva M. (2012) Pedagogía de la interactividad. Pedagogy of Interactivity. Revista Comunicar, Vol. XIX (nº 38)(Disponible en <http://www.revistacomunicar.com/index.php?contenido=detalles&numero=38&articulo=38-2012-07>)

LIBROS DE TEXTO

Arribas Alonso, C. Román González, J.A. (2009) *5º primaria. Proyecto mundo agua*. Madrid: Edelvives.

7. ANEXOS

Anexo a: tabla conocimientos previos

NOMBRE:.....FECHA:..... Nº:.....

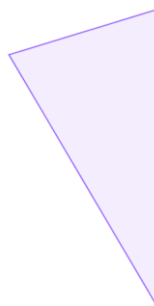
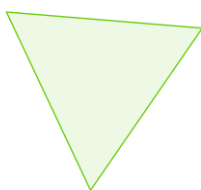
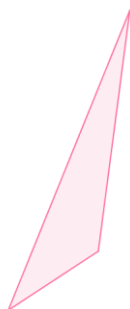
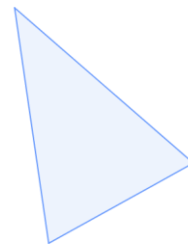
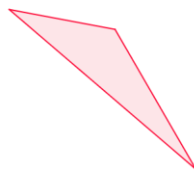
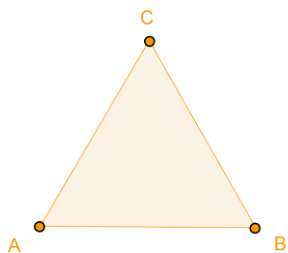
Completa la tabla con las similitudes y diferencias que pueden tener todos los triángulos:

SIMILITUDES	DIFERENCIAS

Anexo b: clasificación de los triángulos según la longitud de sus lados

NOMBRE:.....FECHA:..... Nº:.....

Mide los lados de los siguientes triángulos y clasifícalos.



Los triángulos _____ tienen todos los lados iguales. Ejemplos:

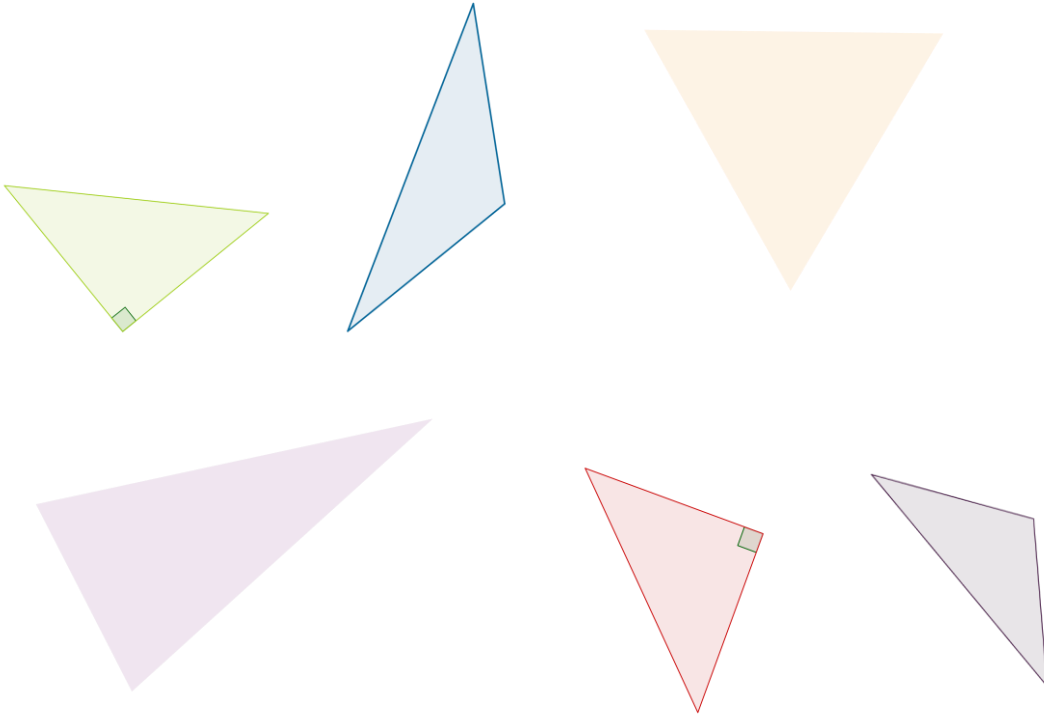
Los triángulos _____ tienen dos lados iguales y uno desigual. Ejemplos:

Los triángulos _____ tienen todos los lados diferentes. Ejemplos:

Anexo c: clasificación de triángulos según sus ángulos

NOMBRE:.....FECHA:..... Nº:.....

Observa la amplitud de todos los ángulos de los siguientes triángulos y clasifícalos.



Los triángulos _____ tienen todos los ángulos inferiores a 90 grados. Ejemplos:

Los triángulos _____ tienen un ángulo **recto**. Ejemplo:

Los triángulos _____ tienen un ángulo **obtuso**. Ejemplo:

Anexo d: clasificación de los triángulos según la longitud de sus lados y la amplitud de sus ángulos.

NOMBRE:.....FECHA:..... N°:.....

Completa la tabla teniendo en cuenta la clasificación de los triángulos en función de la longitud de sus lados y la amplitud de sus ángulos.

	RECTÁNGULO	ACUTÁNGULO	OBTUSÁNGULO
EQUILÁTERO			
ISÓSCELES			
ESCALENO			

Anexo e: ángulos interiores del triángulo y del cuadrilátero.

NOMBRE:.....FECHA:..... N°:.....

Une dos vértices y parte el cuadrilátero en dos triángulos. Posteriormente mide los tres ángulos de cada triángulo y súmalos ¿Cuánto mide la suma de los 3 ángulos de un triángulo? Y si sumas el resultado de cada triángulo ¿cuánto mide la suma de todos los ángulos de un cuadrilátero?

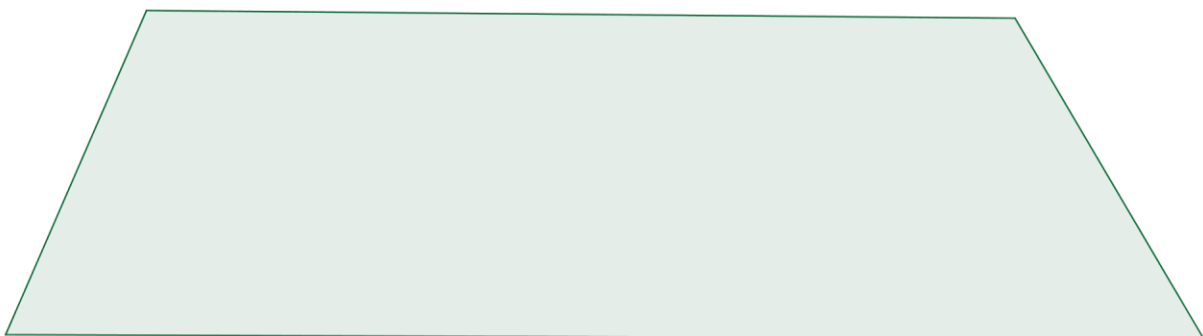


La suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo es de _____.

La suma de los ángulos interiores de cualquier rectángulo es de _____.

NOMBRE:.....FECHA:..... N°:.....

Une dos vértices y parte el cuadrilátero en dos triángulos. Posteriormente mide los tres ángulos de cada triángulo y súmalos ¿Cuánto mide la suma de los 3 ángulos de un triángulo? Y si sumas el resultado de cada triángulo ¿cuánto mide la suma de todos los ángulos de un cuadrilátero?



La suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo es de _____.

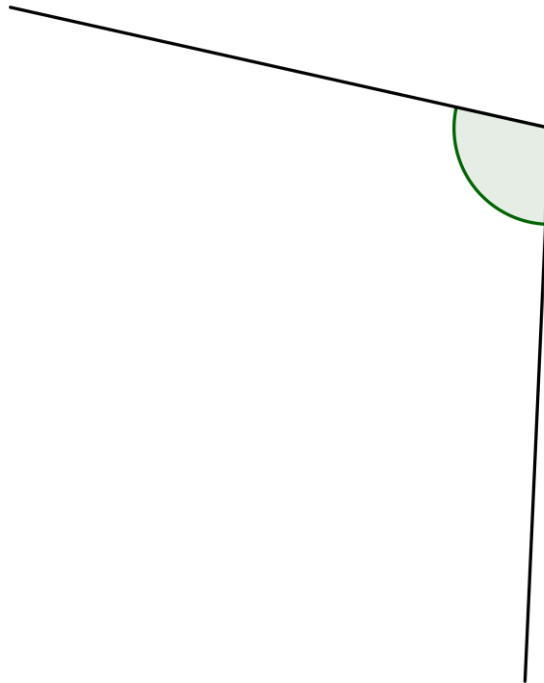
La suma de los ángulos interiores de cualquier rectángulo es de _____.

Anexo f: bisectriz de un ángulo

NOMBRE:.....FECHA:..... Nº:.....

Traza la bisectriz de este ángulo con el compás. Después comprueba si la has realizado correctamente de dos maneras:

1. Dobla el ángulo por la bisectriz ¿quedan dos ángulos iguales?
2. Mide cada uno de los ángulos en los que has dividido el ángulo grande ¿Miden lo mismo?



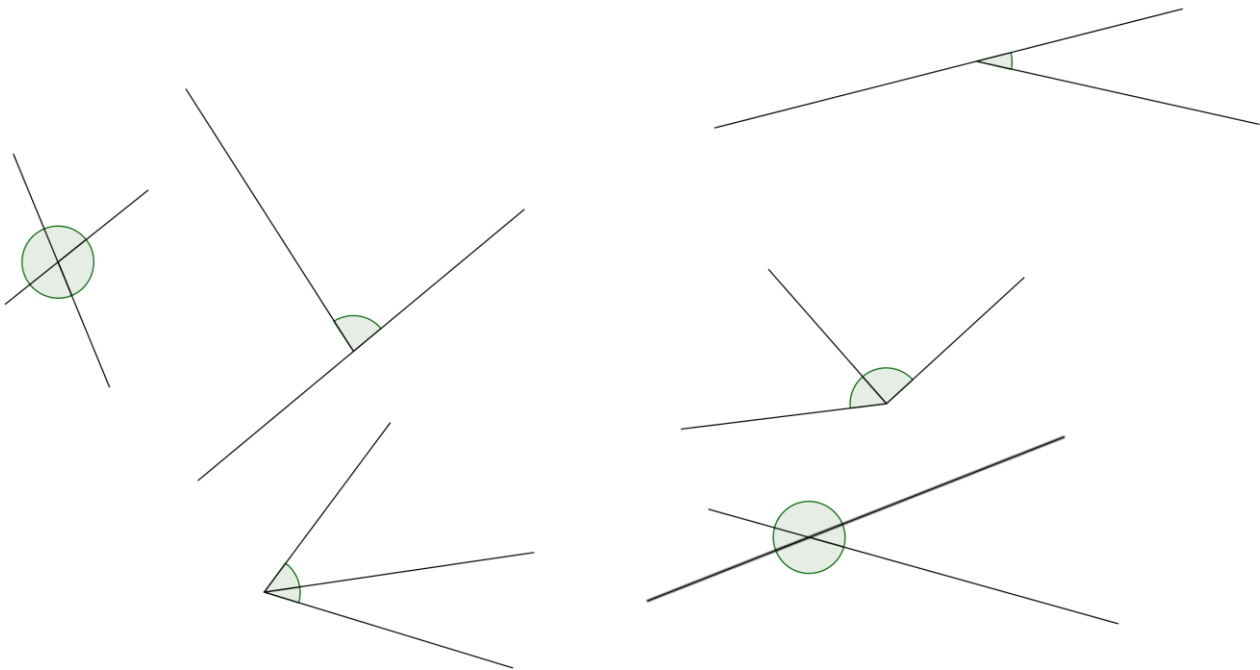
Completa la definición de bisectriz:

"La bisectriz es una _____ que pasa por _____ de un ángulo y lo divide en _____ partes _____".

Anexo g: ángulos consecutivos, adyacentes y opuestos.

NOMBRE:.....FECHA:..... Nº:.....

Observa los siguientes ángulos y clasifícalos en función de las características que presentan.



Ángulos _____

Ángulos _____

Ángulos _____

Ejemplos:

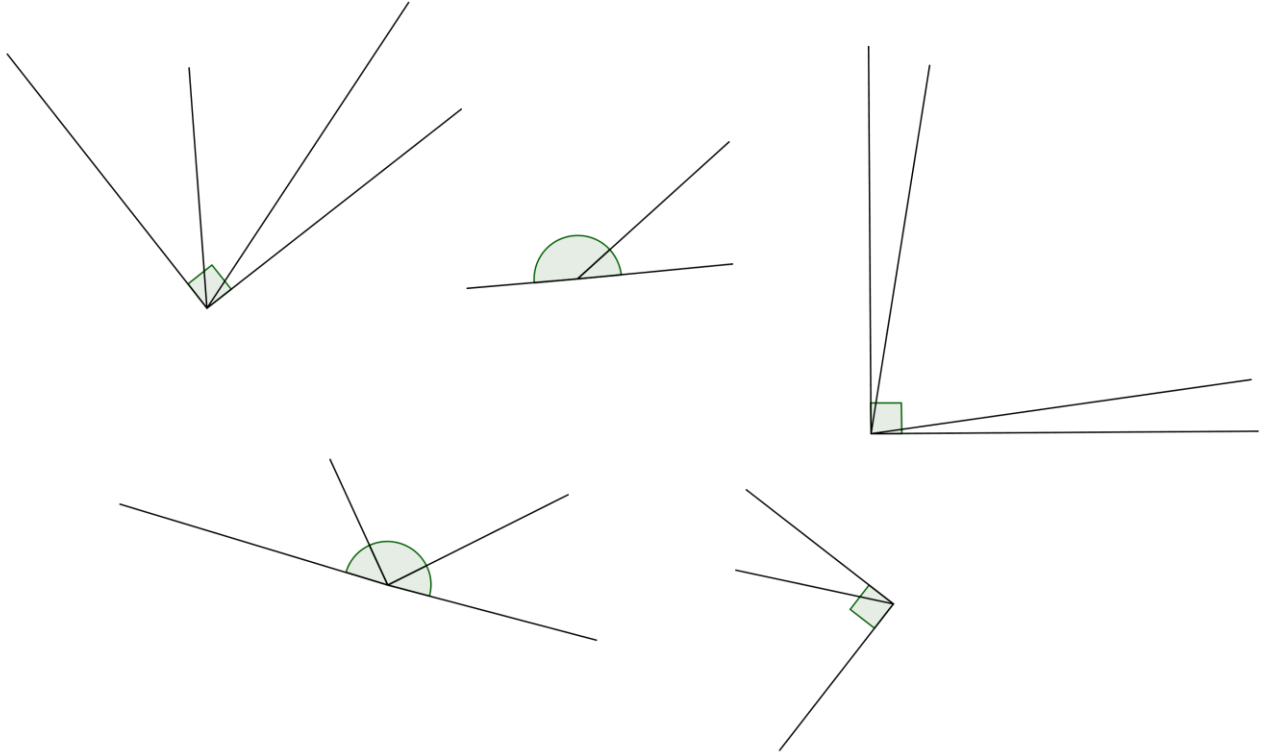
Ejemplos:

Ejemplos:

Anexo h: ángulos complementarios y suplementarios

NOMBRE:.....FECHA:..... N°:.....

Observa los siguientes ángulos y clasifícalos en función de las características que presentan.



Ángulos _____

Ángulos _____

Ejemplos:

Ejemplos: